الوحدة الأولى

الأعداد النسبية

الوحدة الأولى

مجموعة الأعداد النسبية
" مفاهيم أساسية "

العدد النسبى

هو العدد الذى يمكن وضعه فى صورة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ بحيث المقام ≠ صفر

فمثلاً : الأعداد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{6}{7}$ ، $\frac{12}{25}$ كلاً منها يسمى عدد نسبى

وإذا قيل أن العدد $\frac{أ}{ب}$ عدد نسبى فهذا يعنى أن أ عدد صحيح ، ب عدد صحيح لا يساوى الصفر

ونعبر عن ذلك رمزياً كما يلى :

مجموعة الأعداد النسبية ه = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }

حيث ه = ه₊ ∪ {٠} ∪ ه₋ ، ه₊ ∩ ه₋ = φ ، ه* = ه − {٠} = ه₊ ∪ ه₋

- نعلم أن ص = { ... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، ... }

وحيث أن أى عدد صحيح يمكن وضعه فى صورة كسر اعتيادى (عدد نسبى) مقامه الواحد الصحيح فيمكن التعبير عن ص بالصورة

ص = { ... ، $\frac{3}{1}$ ، $\frac{2}{1}$ ، $\frac{1}{1}$ ، $\frac{0}{1}$ ، $\frac{-1}{1}$ ، $\frac{-2}{1}$ ، $\frac{-3}{1}$ ، ... }

- أى أن كل **عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه الواحد**

لذلك فإننا نقول أن الأعداد النسبية هى صورة أشمل وأكبر من الأعداد الصحيحة

- أى أن الأعداد الصحيحة جزء من الأعداد النسبية أى أن **ص ⊂ ه**

وحيث أن ط ⊂ ص ، ص ⊂ ه

فإن ط ⊂ ص ⊂ ه

ملاحظات

١

كل عدد صحيح هو عدد نسبى و لكن ليس كل عدد نسبى هو عدد صحيح
فالعدد النسبى يعبر عن عدد صحيح فقط إذا كان بسطه يقبل القسمة على مقامه

فمثلاً: العدد $\frac{١٠}{٥}$ يعبر عن عدد صحيح لأن $\frac{١٠}{٥} = ٢$ و أيضاً $\frac{٨}{٢}$ عدد صحيح لأن $\frac{٨}{٢} = ٤$

٢

إذا كان العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ = صفر فإن أ = صفر

فمثلاً: إذا كان $\frac{س}{٣}$ = صفر فإن س = صفر و إذا كان $\frac{س - ٢}{٣}$ = صفر فإن $س - ٢ = ٠$

مع ملاحظة أن $\frac{أ}{صفر}$ ليس لها معنى فمثلاً $\frac{٥}{صفر}$ ليس لها معنى

٣

العدد النسبى **لا يتغير** إذا ضرب حداه (فى) أو قسم (على) أى عدد صحيح غير الصفر

فمثلاً: $\frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٢٠ \times ٢}{٣٠ \times ٢} = \frac{٤٠}{٦٠} = \frac{٢٠ \div ١٠}{٣٠ \div ١٠} = \frac{٢}{٣}$

٤

يتساوى العددان النسبيان إذا كانا صورتين مختلفتين لنفس العدد النسبى فى أبسط صورة

فمثلاً: العددان $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٨}{١٢}$ متساويان لأنهما صورتان مختلفتان لنفس العدد و هو $\frac{٢}{٣}$
و أيضاً الأعداد $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{٥}{١٠}$ ، $\frac{١٢}{٢٤}$ جميعها متساوية
لأنها صور مختلفة لنفس العدد النسبى $\frac{١}{٢}$

لاحظ أن

العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكون :

(١) **عدد صحيح** إذا كان بسطه أ يقبل القسمة على مقامه ب مثل $\frac{٦}{٣}$ ، $\frac{١٥}{٥}$

(٢) **موجباً** إذا كان $أ \times ب > ٠$ مثل $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٤}{-٥}$ (أ ، ب لهما نفس الإشارة)

(٣) **سالباً** إذا كان $أ \times ب < ٠$ مثل $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{-٨}$ (أ ، ب مختلفان فى الإشارة)

كتابة العدد النسبى فى أبسط صورة

لوضع العدد النسبى فى أبسط صورة (اختصار العدد النسبى) :

(١) نجعل المقام عدداً موجباً

(٢) نقسم كلاً من البسط والمقام على نفس العدد (العامل المشترك الأعلى بينهما إن وجد) بحيث لا توجد عوامل مشتركة بينهما غير الواحد

فمثلاً :

لوضع العدد $\frac{٤}{-٨}$ فى أبسط صورة فإننا نقسم البسط و المقام على ٤ و نجعل المقام موجباً

أى أن $\frac{٤}{-٨} = \frac{٤ \div ٤}{-٨ \div ٤} = \frac{١}{-٢} = -\frac{١}{٢}$

أمثلة توضيحية

مثال ١ بين أى الأعداد الآتية نسبى و أيها غير نسبى مع ذكر السبب :

(١) $\frac{٥}{٧}$ (٢) $\frac{-٢}{٣}$ (٣) $٥ \frac{١}{٢}$

(٤) ٠,٦   (٥) $\frac{٠}{٨}$ (٦) $\frac{٤}{٠}$

الحل

(١) $\frac{٥}{٧}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

(٢) $\frac{-٢}{٣}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

③ $٥ \frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

④ $٠,٦ = \frac{٦}{١٠}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

⑤ $\frac{٠}{٨}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

⑥ $\frac{٤}{٠}$ ليس لها معنى ، أى أنه ليس عدد نسبى

مثال ٢ إذا كانت س عدد صحيح **فاكتب** الشرط اللازم لكى يكون كل مما يأتى عدداً نسبياً :

① $\frac{٢}{س - ٥}$ ② $\frac{٥}{س + ٣}$ ③ $\frac{٧}{٢س - ٤}$ ④ $\frac{٥}{٢س}$

الحل

الشرط اللازم لكى يكون كل من الأعداد التالية نسبياً هو أن يكون المقام ≠ صفر

① $\frac{٢}{س - ٥}$ عدد نسبى إذا كان س − ٥ ≠ ٠ أى س ≠ ٥

② $\frac{٥}{س + ٣}$ عدد نسبى إذا كان س + ٣ ≠ ٠ أى س ≠ −٣

③ $\frac{٧}{٢س - ٤}$ عدد نسبى إذا كان ٢س − ٤ ≠ ٠ أى ٢س ≠ ٤ أى س ≠ ٢

④ $\frac{٥}{٢س}$ عدد نسبى إذا كان ٢س ≠ ٠ أى س ≠ ٠

مثال ٣ إذا كانت س عدد صحيح **فأكتب** الشرط اللازم لكى يكون كل من الأعداد الآتية مساوياً الصفر :

① $\frac{س - ٣}{س + ٤}$ ② $\frac{٢ - س}{س}$ ③ $\frac{٢س}{س + ٣}$

الحل

① العدد $\frac{س - ٣}{س + ٤}$ = صفر إذا كان س − ٣ = ٠ أى إذا كان س = ٣

② العدد $\frac{٢ - س}{س}$ = صفر إذا كان ٢ − س = ٠ أى إذا كان س = ٢

③ العدد $\frac{٢س}{س + ٣}$ = صفر إذا كان ٢س = ٠ أى إذا كان س = صفر

مثال ٤ **بين** أى الأعداد النسبية الآتية ينتمى إلى مجموعة الأعداد الصحيحة :

① $\frac{٦}{٢}$ ② $\frac{٠}{٧}$ ③ $\frac{٨}{٥}$ ④ $\frac{-٩}{٣}$

الحل

① $\frac{٦}{٢}$ ∈ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{٦}{٢} = ٣$

② $\frac{٠}{٧}$ ∈ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{٠}{٧}$ = صفر

③ $\frac{٨}{٥}$ ∉ ص لأن البسط لا يقبل القسمة على المقام

④ $\frac{-٩}{٣}$ ∈ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{-٩}{٣} = -٣$

مثال ٥ **بين** أن كلاً من الأعداد الآتية تعبر عن العدد النسبى $\frac{٥}{١٠}$

$\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧٥}{١٥٠}$ ، $\frac{٢٠}{٤٠}$

الحل

$\frac{٥٠}{١٠٠} = \frac{٥٠ \div ١٠}{١٠٠ \div ١٠} = \boxed{\frac{٥}{١٠}}$

$\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \boxed{\frac{٥}{١٠}}$

$\frac{٧٥}{١٥٠} = \frac{٧٥ \div ٥}{١٥٠ \div ٥} = \frac{١٥}{٣٠}$ ثم $\frac{١٥ \div ٣}{٣٠ \div ٣} = \boxed{\frac{٥}{١٠}}$

$\frac{٢٠}{٤٠} = \frac{٢٠ \div ٤}{٤٠ \div ٤} = \boxed{\frac{٥}{١٠}}$

∴ الأعداد $\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧٥}{١٥٠}$ ، $\frac{٢٠}{٤٠}$ تعبر عن العدد النسبى $\boxed{\frac{٥}{١٠}}$

مثال ٦ **بين** أى الأعداد النسبية الآتية موجباً وأيها سالباً حيث س ≠ صفر :

① $\frac{٢}{٥}$ ② $\frac{-٦}{٧}$ ③ $\frac{-٨}{-٩}$ ④ $-\frac{٤}{٥}$

⑤ $\frac{٠}{-١٥}$ ⑥ −٨ ⑦ $\frac{٤س}{س}$ ⑧ $\frac{-٢س}{-٣س}$

الحل

① $\frac{٢}{٥}$ عدد نسبى موجب لأن $٢ \times ٥ = ١٠ > ٠$

② $\frac{-٦}{٧}$ عدد نسبى سالب لأن $-٦ \times ٧ = -٤٢ < ٠$

③ $\frac{-٨}{-٩}$ عدد نسبى موجب لأن $-٨ \times -٩ = ٧٢ > ٠$

④ $-\frac{٤}{٥}$ عدد نسبى سالب لأن $-٤ \times ٥ = -٢٠ < ٠$

⑤ $\frac{٠}{-١٥}$ ليس سالب وليس موجب لأن $\frac{٠}{-١٥} =$ صفر

⑥ $-٨ = \frac{-٨}{١}$ عدد نسبى سالب لأن $-٨ \times ١ = -٨ < ٠$

⑦ $\frac{٤\text{س}}{\text{س}}$ عدد نسبى موجب لأن $\frac{٤\text{س}}{\text{س}} = ٤ > ٠$

⑧ $\frac{-٢\text{س}}{-٣\text{س}}$ عدد نسبى موجب لأن $\frac{-٢\text{س}}{-٣\text{س}} = \frac{٢}{٣}$ ، $٢ \times ٣ = ٦ > ٠$

لاحظ أن

العلامة > ٠ معناها موجب
والعلامة < ٠ معناها سالب
الصفر ليس موجباً وليس سالباً

مثال ٧ عين الأعداد المتساوية من بين الأعداد النسبية الآتية :

$\frac{٢٠}{-٥٠}$ ، $-\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{-١٤}{٣٥}$

الحل

$\frac{٢٠}{-٥٠} = \frac{٢٠ \div ١٠}{-٥٠ \div ١٠} = \frac{٢}{-٥} = -\frac{٢}{٥}$

$-\frac{٦}{١٥} = -\frac{٦ \div ٣}{١٥ \div ٣} = -\frac{٢}{٥}$

$\frac{٢}{٥}$ هو عدد نسبى فى أبسط صورة

$\frac{-١٤}{٣٥} = \frac{-١٤ \div ٧}{٣٥ \div ٧} = \frac{-٢}{٥} = -\frac{٢}{٥}$

∴ الأعداد $\frac{٢٠}{-٥٠}$ ، $-\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{-١٤}{٣٥}$ متساوية لأنها صور مختلفة للعدد $-\frac{٢}{٥}$

أما العدد $\frac{٢}{٥}$ فهو عدد موجب لا يساوى $-\frac{٢}{٥}$

لاحظ أنه

يفضل أن نضع الأعداد النسبية فى أبسط صورة قبل إجراء أى عملية

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

فى كل مما يأتى أذكر نوع العدد النسبى من حيث كونه موجب أم سالب :

$\frac{٢}{٥}$	$\frac{-٣}{٤}$	$\frac{٢}{-٣}$	$\frac{-١}{-٢}$	$-\frac{١}{٥}$	$\frac{٢\text{س}^٢}{٣}$	$\frac{-٣}{٧}$
موجب	.....	.....	.....	.....	.....	.....

تدريب (٢)

فى كل مما يأتى حدد العدد الذى يعبر عن عدد صحيح :

$\frac{٤}{٢}$	$\frac{٤}{٨}$	$\frac{١٠}{٥}$	$-\frac{٩}{٣}$	$\frac{٠}{٢}$	$\frac{-٦}{١٢}$	$\frac{١٥}{٣}$	$\frac{٢٤}{-٦}$
صحيح	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

تدريب (٣)

أكمل ما يأتى :

العدد المقابل	$\frac{٣}{٢ - \text{س}}$	$\frac{٥}{\text{س} - ٥}$	$\frac{٧}{٢\text{س}}$	$\frac{\text{س}}{٢\text{س} - ٤}$	$\frac{-٦}{٨ + ٢\text{س}}$
يكون نسبياً إذا كانت س ≠	.....	.....	.....	.....	.....

تدريب (٤)

أكمل ما يأتى:

العدد النسبى المقابل	$\frac{٣ - \text{س}}{١ + \text{س}}$	$\frac{\text{س} - ٤}{\text{س}}$	$\frac{٣\text{س}}{٥ + \text{س}}$	$\frac{٣\text{س} + ٦}{١ + \text{س}}$
يساوى صفر إذا كانت س =	.....	.....	.....	.....

تمارين (١) على مجموعة الأعداد النسبية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

عزيزى الطالب :
فى هذا المكان من كل تمرين ستجد :
اسئلة لمراجعة ما سبق فى صورة اختبار تراكمى على ما سبق دراسته تجيبه فى نفس الورقة قبل أن تدخل فى الدرس الجديد وهذا يجعلك تتذكر ما درست باستمرار ولا تنساه ويجعلك فى مراجعة مستمرة لدروسك السابقة مما يجعلك فى تواصل مع ما درست وأيضاً يعودك على الأختبارات ويزيل رهبتها فى نفسك وهذه الميزة يقدمها لك كتاب الماهر فقط

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

[١] **بين** أياً مما ياتى عدداً نسبياً وأيها غير نسبياً :

$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٧}$ ، $\frac{٨}{٢}$ ، $٣\frac{١}{٥}$ ، ٠,٦ ، $\frac{\text{صفر}}{٥}$ ، ٧ ، $\frac{٣}{\text{صفر}}$ ، $\frac{٤}{\text{ب}}$ حيث ب ∈ ص*

[٢] **بين** أى الأعداد الآتية موجباً وأيها سالباً حيث أ ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ ، س ≠ ٠ :

① $\frac{٢}{٣}$ ② $\frac{-٥}{-٩}$ ③ $-\frac{١٤}{١٥}$ ④ ٧ ⑤ $\frac{-٧٤}{-٣٥}$

⑥ $\frac{\text{صفر}}{٥}$ ⑦ $\frac{٧}{-٩}$ ⑧ $\frac{٢٢}{٣٧}$ ⑨ $\frac{٨\text{س}^٢}{-١٥}$ ⑩ $\frac{-٢٥\text{س}^٢\text{ص}}{-٢٨\text{ص}}$

[٣] **أكمل ما يأتى :**

① الأعداد .... ، .... ، .... تعبر عن نفس العدد $\frac{٣}{٥}$

② العدد $١\frac{١}{٤}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$

③ أبسط صورة للعدد النسبى $\frac{٤\text{س}}{-٦\text{س}}$ هى .... حيث س ≠ صفر

④ أبسط صورة للعدد النسبى $\frac{-٣٦\text{أب}}{-٥٤\text{أ}}$ هى .... حيث أ ≠ صفر

⑤ العدد النسبى $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ يكون سالباً إذا كان ....

⑥ العدد النسبى $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان ....

⑦ العدد $\frac{٥}{\text{س}}$ عدد نسبى إذا كانت س ≠ ....

⑧ العدد $\frac{٣}{\text{س}-١}$ عدد نسبى إذا كانت س ∈ ....

⑨ العدد النسبى $\frac{٤}{\text{س}}$ يكون عدد صحيح موجب عندما س = ... أ، ..... أ، .....

⑩ أصغر عدد نسبى غير سالب هو ....

مسائل المستوى الثانى

[٤] **أوجد** قيمة ب التى تجعل الأعداد الآتية لا تعبر عن أعداد نسبية :

① $\frac{٢}{\text{ب}}$ ② $\frac{٢}{\text{ب}-٣}$ ③ $\frac{٥}{\text{ب}+٧}$ ④ $\frac{٤}{٩-\text{ب}}$

⑤ $\frac{\text{س}}{\text{ب}-٢}$ ⑥ $\frac{٣}{\text{ب}-٥}$ ⑦ $\frac{٥}{\text{ب}+٤}$ ⑧ $\frac{١٦}{\text{ب}-٤}$

[٥] **أكتب** الشرط اللازم لكى تكون الأعداد الآتية نسبية :

① $\frac{٣}{\text{س}}$ ② $\frac{٣}{\text{س}-٤}$ ③ $\frac{٧}{\text{س}+٥}$ ④ $\frac{٥}{٤+\text{س}}$

⑤ $\frac{٣}{\text{س}-١}$ ⑥ $\frac{\text{أ}}{\text{س}+٧}$ ⑦ $\frac{٦}{٤-\text{س}}$ ⑧ $\frac{٢}{٣\text{س}}$

[٦] **أوجد** قيمة س التى تجعل العدد النسبى مساوياً للصفر فيما يلى :

① $\frac{\text{س}-٣}{\text{س}+١}$ ② $\frac{\text{س}+٢}{\text{س}-٢}$ ③ $\frac{٤-\text{س}}{\text{س}}$ ④ $\frac{٥+\text{س}}{\text{س}+٧}$

⑤ $\frac{٢\text{س}-٤}{\text{س}-١}$ ⑥ $\frac{٦-٣\text{س}}{\text{س}+٤}$ ⑦ $\frac{\text{س}}{\text{س}+٥}$ ⑧ $\frac{٢\text{س}}{\text{س}-٣}$

٧ اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

① العدد $\frac{١}{٣}$ عدد .... [طبيعى أ، صحيح أ، نسبى أ، غيرذلك]

② الصفر هو عنصر من عناصر مجموعة ....

[أعداد العد أ، الأعداد الصحيحة السالبة أ، الأعداد النسبية أ، الأعداد الصحيحة الموجبة]

③ العدد $\frac{٦}{س-٥}$ لا يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س = ...

[٦ أ، ٥ أ، -٥ أ، صفر]

④ إذا كان $\frac{٦}{س-٥}$ عدد نسبى فإن س ≠ ....

[٦ أ، ٥ أ، -٥ أ، صفر]

⑤ العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكون موجباً إذا كان ....

[أ ب < ٠ أ، أ ب > ٠ أ، أ + ب = ٠ أ، أ > ب]

⑥ العدد النسبى $\frac{١٥أ}{-١٠أ}$ فى أبسط صورة هو ....

[$\frac{-٢}{أ}$ أ، $\frac{أ}{-١٢أ}$ أ، $\frac{-أ}{١٥أ}$ أ، $\frac{-١}{٢}$]

⑦ العدد $\frac{س-٢}{س-٤}$ لا يكون نسبياً إذا كانت س = ...

[٢ أ، -٢ أ، ٤ أ، -٤]

⑧ أبسط صورة للعدد النسبى $\frac{١٥+٥}{-٣٠+٥}$ هى ....

[$\frac{١٥}{-٣٠}$ أ، $\frac{٢٠}{-٢٥}$ أ، $\frac{٤}{-٥}$ أ، $-\frac{٤}{٥}$]

⑨ الأعداد $٢\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-٢١}{-٩}$ ، $\frac{٣٥}{١٥}$ تعبر عن ....

[أعداد مرتبة تصاعدياً أ، اعداد مرتبة تنازلياً أ، عدد نسبى واحد أ، أعداد نسبية مختلفة]

⑩ الصفر عدداً نسبياً ....

[موجباً أ، سالباً أ، ليس موجباً وليس سالباً أ، موجباً وسالباً أحياناً]

⑪ العدد $\frac{٢}{س-٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ∈ ....

[{٠} أ، {٣} أ، ص - {٣} أ، {-٣}]

⑫ العدد النسبى $\frac{س-٣}{س+٣}$ = صفر إذا كانت س = ...

[٠ أ، ٣ أ، -٣ أ، عدد صحيح ≠ -٣]

⑬ العدد $\frac{س+٤}{س}$ = صفر إذا كانت س = ...

[٠ أ، ٤ أ، -٤ أ، ١]

⑭ ط ∪ ص ∪ ه = ... [ط أ، ص أ، ه أ، ص+]

٨ بين أى الأعداد الآتية يعبر عن عدد صحيح حيث أ ≠ ٠ ، ب ≠ ٠ :

① $\frac{٦}{٣}$ ② $\frac{١٣}{٣}$ ③ $\frac{-١٠}{٥}$ ④ $\frac{١٢}{٢٤}$ ⑤ $\frac{-١٦}{١٦}$ ⑥ $\frac{٤٢}{-٧}$

⑦ $\frac{٠}{٥}$ ⑧ $\frac{١٣أ}{١٦أ}$ ⑨ $\frac{-٣٦}{٩}$ ⑩ $\frac{٩٠}{١٥}$ ⑪ $\frac{٣٥}{٨}$ ⑫ $\frac{٤٨ب}{٣٢ب}$

٩ أكتب أربعة أعداد نسبية تعبر عن نفس العدد لكل من الأعداد النسبية الآتية :

① $\frac{١}{٢}$ ② $\frac{٢}{٣}$ ③ $\frac{٣}{٤}$ ④ $\frac{٢}{٥}$ ⑤ $\frac{-٤}{٥}$

⑥ $١\frac{١}{٥}$ ⑦ $-٣\frac{١}{٣}$ ⑧ $\frac{١٢}{٢٤}$ ⑨ $\frac{٧٢}{١٠٨}$ ⑩ $\frac{١٤٨أ}{١٣٦أ}$ حيث أ ≠ صفر

١٠ أكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية فى أبسط صورة حيث أ ، ب ، س ، ص ≠ ٠

① $\frac{٦}{٨}$ ② $\frac{١٢}{-١٨}$ ③ $\frac{٢٠}{٣٠}$ ④ $\frac{-٢١}{-٣٥}$

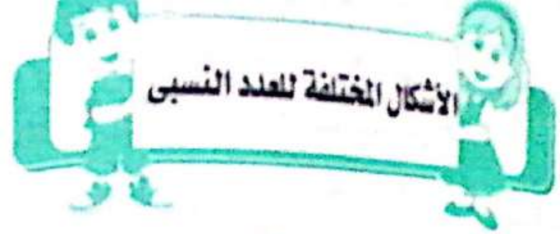
⑤ $\frac{-٢٤}{-٤٠}$ ⑥ $\frac{٨١}{١٠٨}$ ⑦ $\frac{١٣٦}{٣٤٠}$ ⑧ $\frac{٥٠٠}{٦٢٥}$

⑨ $\frac{-٧٤+٢}{-٨٦+٢}$ ⑩ $\frac{١٢س^{٢}}{-٢٤س^{٢}}$ ⑪ $\frac{٥أ^{٢}ب}{١٥أب^{٢}}$ ⑫ $\frac{٦س^{٢}ص^{٣}}{٩س^{٣}ص}$

مسائل المتفوقين

١١ أوجد العدد النسبى الذى يساوى $\frac{٣}{٥}$ و مجموع حديه ٢٤

١٢ إذا كانت س ∈ ص+ فأوجد قيم س التى تجعل $\frac{٤}{س-١}$ عدداً صحيحاً



الأشكال المختلفة للعدد النسبى

العدد النسبى يمكن كتابته بعده أشكال مختلفة و سنتعرف عليها فيما يلى :

العدد العشرى المنته

يمكن كتابة أى أعداد نسبية مثل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ كعدد عشرى منته بأن نقسم البسط على المقام بطريقة القسمة المطولة أو بالآلة الحاسبة أو كما يلى :

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٠,٧٥$$

$$\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{١٤}{١٠} = ١,٤$$

النسبة المئوية

يمكن كتابة أعداد نسبية مثل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ على صورة نسبة مئوية بأن نجعل مقام العدد النسبى ١٠٠ ثم نحولها إلى نسبة مئوية

فمثلاً : $\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥\%$ (لاحظ أننا ضربنا × ٢٥ ليصبح المقام = ١٠٠)

$$\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{١٤٠}{١٠٠} = ١٤٠\%$$

العدد العشرى الدائر غير المنته

عند تحويل بعض الكسور الاعتيادية لصورة عشرية نجد أن عمليات القسمة لا تنتهى ويوجد بعض الأرقام تتكرر باستمرار مثل $\frac{١}{٣} = \infty \rightarrow ٣$ ٠,٣٣٣٣٣٣٣

لذلك اصطلح على أن يكتب هذا الكسر على الصورة $٠,\dot{٣}$ وتقرأ ٠,٣ دائر و قد اصطلح على وضع نقطة فوق الرقم الدائر الأول و نقطة على الرقم الدائر الأخير ومعنى ذلك أن الرقمين الذين عليهما النقطتين وما بينهما دائر مثل

$\frac{٨}{٤٥} = ...٠,١٧٧٧٧٧٧٧ = ٠,١\dot{٧}$ ، $\frac{٢}{١١} = ...٠,١٨١٨١٨١٨ = ٠,\dot{١}\dot{٨}$

$\frac{٥٨}{١١١} = ...٠,٥٢٢٥٢٢٥٢٢ = ٠,\dot{٥}٢\dot{٢}$ وبالعكس فإن $٠,\dot{٥}٢\dot{٢}$ تكتب على الحاسبة ...... ٠,٥٢٢٥٢٢٥٢٢ ثم نضغط على [=] فيكون الناتج $\frac{٥٨}{١١١}$

أمثلة توضيحية

مثال ١ أكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية :

① $\frac{١}{٢}$ ② $\frac{٣}{٥}$ ③ $\frac{-٧}{٢٠}$ ④ $٢\frac{٣}{٢٥}$

الحل

نضرب البسط و المقام فى عدد ثابت بحيث نجعل المقام ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ......

① $\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٥}{١٠} = ٠,٥$

② $\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$

③ $\frac{-٧}{٢٠} = \frac{-٧ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{-٣٥}{١٠٠} = -٠,٣٥$

④ $٢\frac{٣}{٢٥} = ٢\frac{٣ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = ٢\frac{١٢}{١٠٠} = ٢,١٢$

مثال ٢ أكتب الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{١}{٢}$ ② $\frac{٥}{٤}$ ③ $\left|-\frac{٦}{٢٥}\right|$

الحل

① $\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥٠}{٢ \times ٥٠} = \frac{٥٠}{١٠٠} = ٥٠\%$

② $\frac{٥}{٤} = \frac{٥ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{١٢٥}{١٠٠} = ١٢٥\%$

③ $\left|-\frac{٦}{٢٥}\right| = \frac{٦ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٢٤}{١٠٠} = ٢٤\%$

مثال ٣ أكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية و نسبة مئوية :

① $\left|-\frac{٣}{١٦}\right|$ ② $\frac{٢}{٣}$ ③ $٨\frac{٢}{٣}$

الحل

① $\left|-\frac{٣}{١٦}\right| = \frac{٣}{١٦} = ٠,١٨٧٥$ (و هذه هى الصورة العشرية)

و لتحويل العدد إلى نسبة مئوية نجعل المقام ١٠٠

و ذلك بضرب البسط و المقام × ١٠٠

$\frac{٠,١٨٧٥ \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{١٨,٧٥}{١٠٠} = ١٨,٧٥$ ٪ (و هذه هى النسبة المئوية)

② $\frac{٢}{٣} = ٠,٦٦٦٦٦٦ \simeq ٠,٦٦٧$

$\frac{٠,٦٦٧ \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٦٦,٧}{١٠٠} = ٦٦,٧$ ٪

③ $٨\frac{٢}{٣} = \frac{٢٦}{٣} = ٨,٦٦٦٦٦ \simeq ٨,٦٦٧$

$\frac{٨,٦٦٧ \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٨٦٦,٧}{١٠٠} = ٨٦٦,٧$ ٪

مثال ٤ أكتب ما يأتى فى صورة $\frac{أ}{ب}$:

① ٠,٣ ② ٠,٦٥ ③ ٤٠٪ ④ $\left|-٥\frac{١}{٢}\right|$ ⑤ $٠,٠\dot{٣}\dot{٦}$

الحل

① $٠,٣ = \frac{٣}{١٠}$

② $٠,٦٥ = \frac{٦٥}{١٠٠} = \frac{١٣}{٢٠}$

③ $٤٠٪ = \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

④ $\left|-٥\frac{١}{٢}\right| = ٥\frac{١}{٢} = \frac{٢ \times ٥ + ١}{٢} = \frac{١١}{٢}$

⑤ ندخل العدد $٠,٠\dot{٣}\dot{٦}$ بالآلة الحاسبة على الصورة ٠,٠٣٦٠٣٦٠٣٦٠٣٦٠٣٦

و نكرر العدد ٠٣٦ عدة مرات حتى آخر الشاشة (نكرر العدد الموجود أسفل النقط من النقطة الأولى إلى النقطة الثانية) ثم نضغط على [=] فنحصل على العدد النسبى $\frac{٤}{١١١}$

أى أن $٠,٠\dot{٣}\dot{٦} = \frac{٤}{١١١}$

ملاحظة

يمكن كتابة العدد العشرى فى صورة $\frac{أ}{ب}$ باستخدام الآلة الحاسبة

(الآلة الحاسبة الحديثة fx 82 أو fx 500) كما يلى :

فمثلاً : لكتابة العدد ٠,٣ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ندخل العدد ٠,٣ على الآلة الحاسبة ثم نضغط على زر [=] و سوف نحصل على العدد النسبى $\frac{٣}{١٠}$ كما يلى :

[0] [.] [3] [=] $\frac{٣}{١٠}$

و لكتابة العدد ٠,٦٥ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ندخل العدد على الآلة الحاسبة ثم نضغط على زر [=] سوف نحصل على العدد النسبى $\frac{١٣}{٢٠}$ كما يلى :

[0] [.] [6] [5] [=] $\frac{١٣}{٢٠}$

و هكذا

(لاحظ أن الآلة الحاسبة تكون على نظام Math و يمكن تحويلها عن طريق [1] [MODE] [Shift])

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتى ليكون الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية :

① $\frac{٢}{٥} = \frac{٢ \times ....}{٥ \times ....} = ... = ...$

② $\frac{٣}{٢٥} = \frac{.... \times ....}{.... \times ....} = ... = ...$

تدريب (٢)

أكمل ما يأتى لتكون الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{٤}{٥} = \frac{٤ \times ....}{٥ \times ....} = ... = ...$

② $\frac{٩}{٢٠} = \frac{٩ \times ....}{٢٠ \times ....} = ... = ...$

تمارين (٢) على الأشكال المختلفة للعدد النسبى

أسئلة الوزارة

أولاً: راجع معنا واختبر نفسك ١٠ $\frac{١}{٣}$ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمى (١)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس:

① العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكـــون سالبــاً إذا كان ....

[أ ب > ٠ أو أ ب < ٠ أو أ ب = ٠ أو أ = ب]

② العدد النسبى $\frac{٥}{س - ٣}$ يكون نسبياً إذا كان ....

[س = ٠ أو س = ٣ أو س = ٥ أو س ≠ ٣]

③ العدد $\frac{١}{٣}$ عـــدد ....

[طبيعى أو صحيح أو نسبى أو غير نسبى]

④ الصفر عدد نسبى ....

[موجب أو سالب أو ليس موجب وليس سالب أو غير ذلك]

٤ درجات

(ب) ① إذا كان العـــدد النسبـــى $\frac{س - ٢}{س + ٥}$ = صفر **فأوجد** قيمـــة س

....

....

② **اكتب** العـــدد $\frac{١٨}{-٢٧}$ فـى أبســط صـــورة

....

....

٣ درجات

(جـ) ① **اكتب** أربعـــة أعـــداد نسبيـــة تعـــبر عـــن العـــدد $\frac{٢}{٣}$

....

....

② **اكتب** الشـــرط اللازم لكـــى يكـــون العـــدد $\frac{س}{س + ٣}$ نسبيـــاً

....

٣

ثانياً: أجـــب عـــما يأتـــى:

مسائل المستوى الأول

٢ **أكتب** فى صورة عدد عشرى كل مما يأتى:

① $\frac{١}{٥}$ ② $\frac{٣}{٥}$ ③ $\frac{٢}{٥}$ ④ $\frac{٤}{٥}$

⑤ $\frac{١}{٢}$ ⑥ $\frac{١}{٤}$ ⑦ $\frac{٣}{٢٠}$ ⑧ $\frac{٧}{٢٠}$

٣ **أكتب** الأعداد الآتية فى صورة نسبة مئوية:

① $\frac{٤}{٥٠}$ ② $\frac{٣}{٥٠}$ ③ $\frac{١١}{٥٠}$ ④ $\frac{٧}{٥٠}$

⑤ $\frac{١}{٢٥}$ ⑥ $\frac{٢}{٢٥}$ ⑦ $\frac{٦}{٢٥}$ ⑧ $\frac{٣}{٢٥}$

٤ **أكمل ما يأتى:**

① العدد ٠,٢ مكتوب على صورة عشرية بينما العدد ٢٠٪ مكتوب على صورة ....

② العدد ٠,٥̇ مكتـــوب على صـــورة ....

③ يمكن كتابة العدد النسبى كعدد .... أو كعدد .... أو على صورة ....

④ لكتابـــة العـــدد النسبى علـــى صـــورة نسبـــة مئويـــة فإننـــا نضرب × ....

⑤ وضـــع نقطـــة فـــوق الرقـــم العشـــرى معنـــاه أن العـــدد ....

⑥ العـــدد ٠,٣٣٣٣٣٣٣٣٣٣٣ يكتب على الصورة .... و يقرأ ....

⑦ | -٠,٢٨ | علـــى صـــورة نسبـــة مئويـــة هـــو ....

مسائل المستوى الثانى

٥ **أكتب** العـــدد النسبـــى علـــى صـــورة عـــدد عشـــرى فـــى كـــل ممـــا يأتى:

① $\frac{٣}{٢}$ ② $\frac{٧}{٢}$ ③ $٢\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{١٢}{٥}$

⑤ $\frac{٦}{٢٥}$ ⑥ $\frac{٧}{٥٠}$ ⑦ $\frac{٣}{٤}$ ⑧ $\frac{-٣}{٤}$

⑨ $\frac{٨}{٢٠}$ ⑩ $-\frac{٩}{٢٥}$ ⑪ $\frac{٣}{٨}$ ⑫ $-٢\frac{٣}{٥}$

(٦) اكتب الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $٢\frac{١}{٢}$ [٪٢٥٠] ② $٢\frac{٢}{٥}$ [٪٢٤٠] ③ $\frac{٣}{١٠}$ [٪٣٠]

④ $\frac{١}{٤}$ [٪٢٥] ⑤ $\frac{٩}{٢٥}$ [٪٣٦] ⑥ $\frac{٨}{٢٥}$ [٪٣٢]

⑦ $\frac{-٣}{٢٠}$ [-٪١٥] ⑧ $\frac{١٣}{٥٠}$ [٪٢٦] ⑨ $\frac{٤}{٥}$ [٪٨٠]

⑩ $٥\frac{١}{٤}$ [٪٥٢٥] ⑪ $٢\frac{٧}{١٠}$ [٪٢٧٠] ⑫ ٣,٥ [٪٣٥٠]

(٧) اكتب في صورة نسبة مئوية :

① $|-\frac{١}{٥}|$ ② $|\frac{٥}{٨}|$ ③ $|-٣\frac{١}{٢}|$

④ |-٠,٣| ⑤ |-٠,٣٧| ⑥ $-|\frac{١}{٤}|$

(٨) اكتب الأعداد الآتية على الصورة $\frac{أ}{ب}$:

① ٠,٤ [$\frac{٢}{٥}$] ② صفر [$\frac{صفر}{١}$] ③ -٠,٠١ [$\frac{-١}{١٠٠}$]

④ ٠,٧٥ [$\frac{٣}{٤}$] ⑤ $٣\frac{٣}{٤}$ [$\frac{١٥}{٤}$] ⑥ $٨\frac{٢}{٣}$ [$\frac{٢٦}{٣}$]

⑦ ٠,٠٠١ [$\frac{١}{١٠٠٠}$] ⑧ -٧ [$\frac{-٧}{١}$] ⑨ ١,٢٥ [$\frac{٥}{٤}$]

⑩ ٪٣٠ [$\frac{٣}{١٠}$] ⑪ ٪٤٥ [$\frac{٩}{٢٠}$] ⑫ $-٦\frac{٨}{٩}$ [$\frac{-٦٢}{٩}$]

⑬ $٠,\dot{٥}$ [$\frac{٥}{٩}$] ⑭ $٠,\dot{١}\dot{٥}$ [$\frac{٥}{٣٣}$] ⑮ $-١,\dot{١}\dot{٨}$ [$\frac{-١٣}{١١}$]

⑯ $-٠,٣١\dot{٦}$ [$\frac{-١٩}{٦٠}$] ⑰ $٠,٠\dot{٤}\dot{٥}$ [$\frac{١}{٢٢}$] ⑱ $٠,\dot{٢}٨\dot{٥}$ [$\frac{٩٥}{٣٣٣}$]

(٩) اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

① العدد ٠,٣ على صورة نسبة مئوية هو ......

[$\frac{٣}{١٠}$ أ ٪٣٠ أ $٠,\dot{٣}$ أ $\frac{١}{٣}$]

② العدد ٠,٢٥ على صورة $\frac{أ}{ب}$ هو ......

[$\frac{١}{٤}$ أ $\frac{٢}{٥}$ أ $\frac{٢٥}{١٠}$ أ غير ذلك]

③ $|-\frac{١}{٢}|$ في صورة نسبة مئوية هو ......

[٪٥٠ أ ٪٥ أ ٪٢ أ -٪٥٠]

④ |-٠,٢| في صورة نسبة مئوية هو ......

[٠,٢ أ -٠,٢ أ ٪٢٠ أ -٪٢٠]

⑤ العدد $\frac{٣}{٢٠}$ في صورة عدد عشري هو ......

[٠,٦ أ ٪٣٠ أ ٠,١٥ أ ٦,٦]

⑥ العدد ١,٥ في صورة $\frac{أ}{ب}$ هو ......

[٠,١٥ أ $\frac{٢}{٣}$ أ $\frac{٣}{٢}$ أ $\frac{١٥}{٢}$]

⑦ العدد $\frac{٣}{٢٥}$ في صورة نسبة مئوية هو ......

[٠,٠٩ أ ٠,١٢ أ ٪١٢ أ ٪٩]

⑧ العدد النسبي ...... يكتب على صورة عدد عشري منته

[$\frac{٧}{١٥}$ أ $\frac{٧}{٢٠}$ أ $\frac{١}{٣}$ أ $\frac{١}{٦}$]

(١٠) أي الأعداد الآتية يكتب في صورة عدد عشري منته ؟

① $\frac{٧}{١٥}$ ② $\frac{٧}{٢٠}$ ③ $٢\frac{٢}{٣}$ ④ |-٠,٢| ⑤ $-|\frac{١}{٣}|$

(١١) اكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية ، نسبة مئوية :

① $٢\frac{١}{٤}$ ② $-\frac{٧}{٢٠}$ ③ $\frac{٧}{٢٥}$

④ $\frac{٦}{١٠}$ ⑤ $\frac{١}{٦}$ ⑥ $\frac{-٣}{١١}$

⑦ $\frac{١٦}{٣}$ ⑧ $١\frac{٢}{٣}$ ⑨ $-٣\frac{١}{١٥}$

مسائل المتفوقين

(١٢) اكتب ما يأتي على صورة عدد عشري ، نسبة مئوية :

① $٧\frac{٣}{١٦}$ ② $\frac{-٦}{٧}$

مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

يمكننا تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد مع ملاحظة ما يأتى :

- كل عدد نسبى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد
- الأعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعاً نقطة واحدة على خط الأعداد
- قبل تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد يجب وضعه فى أبسط صورة

و سوف نوضح كيفية تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد من خلال الأمثلة

المقارنة بين عددين نسبيين

للمقارنة بين عددين نسبيين لهما نفس المقام الموجب فإننا نقارن بين بسطيهما فالعدد الذى بسطه أكبر يكون هو العدد الأكبر

فمثلاً :

فى العددين $\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{٥}{٩}$ نلاحظ أن $\frac{٥}{٩} > \frac{٢}{٩}$ لأن بسط الأول و هو ٥ أكبر من بسط الثانى وهو ٢ وفى العددين $\frac{-١}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ نلاحظ أن $\frac{-١}{٤} > \frac{-٣}{٤}$ لأن -١ > -٣

للمقارنة بين عددين نسبيين أو أكثر مختلفى المقام يلزم توحيد مقاماتها أولاً ثم نقارن بين بسوطها

فمثلاً :

للمقارنة بين العددين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ فإنه يلزم توحيد مقامها أولاً ثم نقارن بينهما و نلاحظ أن $\frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٨}{١٢}$ ومن ذلك نجد أن $\frac{٩}{١٢} > \frac{٨}{١٢}$ لأن ٩ > ٨ أى أن $\frac{٣}{٤} > \frac{٢}{٣}$

و يمكن تلخيص طريقة توحيد مقامات عدة أعداد نسبية كما يلى :

توحيد مقامات عدة أعداد نسبية

لتوحيد مقامات عدة أعداد نسبية نتبع الأتى :

(١) نضع كل عدد نسبى فى أبسط صورة

(٢) نجعل المقام المشترك لهذه الأعداد هو المضاعف المشترك الأصغر (م . م . أ) لمقامات تلك الأعداد النسبية

ملاحظات

- بين أى عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية و تسمى هذه الخاصية **بكثافة الأعداد النسبية**

فمثلاً : العددين $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{٨}{٩}$ يوجد بينهما عدة أعداد نسبية مثل $\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{٣}{٩}$ ، $\frac{٧}{٩}$
و إذا وجدنا صور أخرى لنفس العددين مثل $\frac{١٠}{٩٠}$ ، $\frac{٨٠}{٩٠}$
نلاحظ أن بينهما عدد كبير من الأعداد مثل $\frac{١١}{٩٠}$ ، $\frac{١٢}{٩٠}$ ، $\frac{١٣}{٩٠}$ ، .....
و إذا وجدنا صور أخرى لنفس العددين مثل $\frac{١٠٠}{٩٠٠}$ ، $\frac{٨٠٠}{٩٠٠}$
نجد أن عدد الأعداد المحصورة بينهما أكبر من الصور السابقة
و بنفس الطريقة نلاحظ أنه يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية بين أى عددين

- بين أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد أى عدد صحيح

فمثلاً : العددين ٢ ، ٣ لا يوجد بينهما أعداد صحيحة و كذلك ٤ ، ٥
و أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد بينهما أى عدد صحيح

أمثلة توضيحية

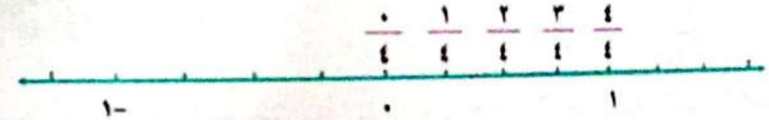
مثال ١ مثل العدد النسبى $\frac{٣}{٤}$ على خط الأعداد

الحل

∵ العدد $\frac{٣}{٤}$ يقع بين العددين الصحيحين ٠ ، ١

∴ النقطة التى تمثل العدد $\frac{٣}{٤}$ تقع بين النقطتين ٠ ، ١ على خط الأعداد

∴ نرسم خط الأعداد ونقسم المسافة بين النقطتين ٠ ، ١ إلى ٤ أجزاء متساوية فى الطول



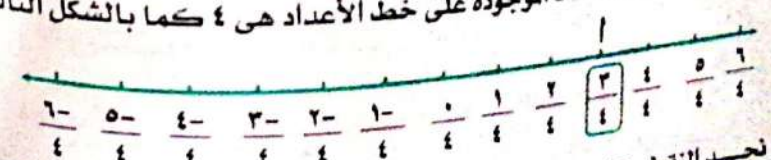
نجد النقطة $\frac{٣}{٤}$ تقع بين $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٤}{٤}$ وهى تمثل العدد $\frac{٣}{٤}$

حل آخر

لاحظ أن $\frac{٠}{٤}$ = صفر ، $\frac{٤}{٤}$ = ١

① نرسم خط الأعداد

② نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هى ٤ كما بالشكل التالى :



نجد النقطة أ تقع بين $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٤}{٤}$ وهى تمثل العدد $\frac{٣}{٤}$

لاحظ أن :

العددان النسبيان $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ تمثلهما على خط الأعداد نقطتان على بعدين متساويين من النقطة التى تمثل العدد صفر وفى جهتين مختلفتين منها لذلك فإن العدد النسبى $\frac{-٣}{٤}$ هو العدد النسبى المقابل للعدد ... (... الجمعى)

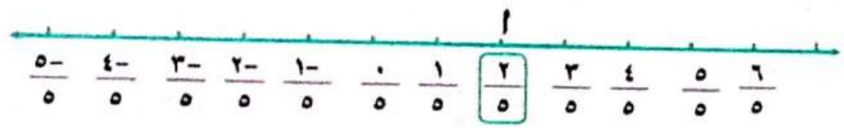
مثال ٢ مثل على خط الأعداد كلاً من الأعداد التالية :

① $\frac{٢}{٥}$ ② $\frac{١٥}{١٨}$ ③ $١\frac{١}{٣}$

الحل

① نرسم خط الأعداد

نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هى ٥ كما بالشكل التالى :

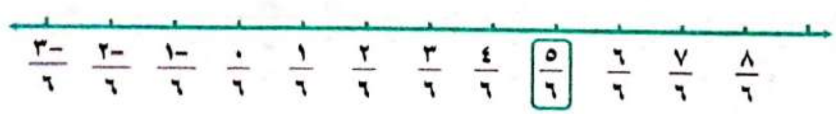


نجد أن نقطة أ تمثل العدد $\frac{٢}{٥}$ على خط الأعداد و تقع بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$

② نضع العدد النسبى $\frac{١٥}{١٨}$ فى أبسط صورة

$$\therefore \frac{١٥}{١٨} = \frac{١٥ \div ٣}{١٨ \div ٣} = \frac{٥}{٦}$$

نلاحظ أن العدد أصبح فى صورة يسهل تمثيلها على خط الأعداد بنفس الطريقة السابقة بأن نرسم خط الأعداد ونجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هى ٦ كما يلى :

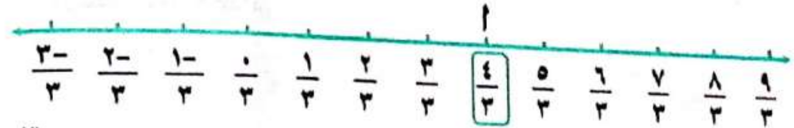


نجد العدد النسبى $\frac{٥}{٦}$ تم تمثيله بكل سهولة وبنفس الطريقة يمكن تمثيل أى عدد نسبى بعد أن نضعه فى أبسط صورة

(٣) نضع العدد النسبى $١\frac{١}{٣}$ فى أبسط صورة

∴ $١\frac{١}{٣} = \frac{٣ \times ١ + ١}{٣} = \frac{٤}{٣}$

بالمثل يمكن تمثيل العدد $\frac{٤}{٣}$ على خط الأعداد بأن نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هى ٣ كما يلى :



نقطة أ تمثل العدد $\frac{٤}{٣}$ على خط الأعداد و تقع بين $\frac{٣}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣}$

لاحظ أن :

$\frac{٠}{٣} = ٠$ ، $\frac{٣}{٣} = ١$ ، $\frac{٦}{٣} = ٢$ ، $\frac{٩}{٣} = ٣$

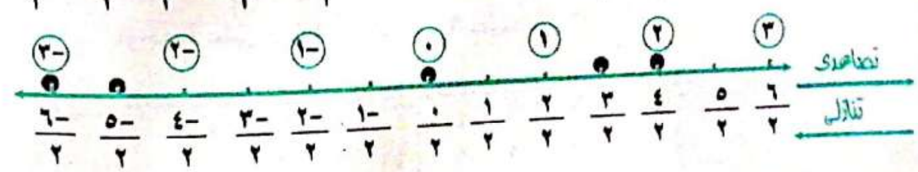
وهى الأعداد الصحيحة على خط الأعداد

مثال ٣ مثل الأعداد النسبية ٢ ، صفر ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣ على خط الأعداد ثم رتبها تصاعدياً مرة و تنازلياً مرة أخرى

الحل

لتمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد يفضل أن تكون لها نفس المقام وهو ٢

∴ الأعداد ٢، صفر، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣ تصبح على الصورة $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{\text{صفر}}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{-٦}{٢}$



لاحظ أن الأعداد تكون أكبر كلما اتجهنا جهة اليمين وتكون أقل كلما اتجهنا لليسار

∴ الترتيب التصاعدى هو -٣ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢

الترتيب التنازلى هو ٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، صفر ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣

مثال ٤ أيهما أكبر $\frac{٢}{٣}$ أم $\frac{٣}{٤}$

الحل

نتأكد من أن العددين فى أبسط صورة ثم نوحد مقاميهما أولاً

∵ م.م.أ للمقامين هو ١٢

∴ $\frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} = \frac{٨}{١٢}$

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣} = \frac{٩}{١٢}$

∵ $\frac{٨}{١٢} < \frac{٩}{١٢}$ ∴ $\frac{٢}{٣} < \frac{٣}{٤}$

لاحظ أن: للمقارنة بين عددين نسبيين يلزم أولاً توحيد مقاميهما مع جعلهما موجبين ثم نقارن بين البسطين الناتجين

مثال ٥ أيهما أكبر فى كل مما يأتى :

(١) $٢\frac{١}{٢}$ أم ٢,٦ (٢) $-\frac{٤}{٧}$ أم $-\frac{٣}{٥}$

الحل

(١) نضع العددين فى أبسط صورة

$٢\frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$ ، $٢,٦ = \frac{٢٦}{١٠}$

ثم نوحد مقاميهما حيث م.م.أ للمقامين هو ١٠

∵ $\frac{٥}{٢} = \frac{٥ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٢٥}{١٠}$

∴ $\frac{٢٥}{١٠} < \frac{٢٦}{١٠}$ ∴ $٢\frac{١}{٢} < ٢,٦$

(٢) ∵ م.م.أ للمقامين ٧ ، ٥ هو ٣٥

∴ $-\frac{٤}{٧} = \frac{-٤ \times ٥}{٧ \times ٥} = \frac{-٢٠}{٣٥}$ ، $\frac{-٣}{٥} = \frac{-٣ \times ٧}{٥ \times ٧} = \frac{-٢١}{٣٥}$

∵ $\frac{-٢١}{٣٥} < \frac{-٢٠}{٣٥}$ ∴ $-\frac{٣}{٥} < -\frac{٤}{٧}$

مثال ٦ رتب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً : $\frac{١٥}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٢}{٣}$

الحل

نضع العدد $\frac{١٥}{٢٠}$ فى أبسط صورة ∴ $\frac{١٥}{٢٠} = \frac{٣}{٤}$

نوجد مقامات جميع الأعداد (م.م.أ للمقامات ٤ ، ٢ ، ٣ هو ١٢)

∴ الأعداد $\frac{١٥}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٢}{٣}$ تصبح على الصورة $\frac{٩}{١٢}$ ، $\frac{٦}{١٢}$ ، $\frac{٠}{١٢}$ ، $\frac{٨}{١٢}$

نرتب هذه الأعداد تبعاً للبسط $\frac{٠}{١٢} < \frac{٦}{١٢} < \frac{٨}{١٢} < \frac{٩}{١٢}$

∴ الترتيب التصاعدى هو : صفر ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$

مثال ٧ أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

الحل

نوجد مقامات كل من $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

فيصبح العددان على الصورة $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$

بضرب كل من البسط و المقام × ١٠

∴ يصبح العددين على الصورة $\frac{٣٠}{٦٠}$ ، $\frac{٢٠}{٦٠}$

∴ الأعداد $\frac{٢١}{٦٠}$ ، $\frac{٢٢}{٦٠}$ ، $\frac{٢٣}{٦٠}$ تقع بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

لاحظ أنه
ليكون الحل أسهل وأسرع نضرب كلاً من بسط ومقام العددين × ١٠

مثال ٨ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين العددين $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

الحل

نوجد مقامات كل من $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ فيصبح العددان على الصورة $\frac{-٩}{١٥}$ ، $\frac{-١٠}{١٥}$

بضرب كل من البسط والمقام × ١٠ ∴ يصبح العددان على الصورة $\frac{-٩٠}{١٥٠}$ ، $\frac{-١٠٠}{١٥٠}$

∴ الأعداد $\frac{-٩١}{١٥٠}$ ، $\frac{-٩٢}{١٥٠}$ ، $\frac{-٩٣}{١٥٠}$ ، -٩٤ ... -٣ ... -٢ ...

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

$\frac{٧}{٣}$ ، ٢ ، $\frac{٥}{٣}$ ، [ ] ، ١ ، [ ] ، $\frac{١}{٣}$ ، ٠ ، [ ] ، $\frac{-٢}{٣}$ ، [ ] ، $\frac{-٤}{٣}$ ، [ ]

ثم ضع دائرة حول كل من النقطة التى تمثل العدد $\frac{٥}{٣}$ والنقطة التى تمثل العدد $\frac{-٥}{٣}$

تدريب (٢)

أكمل ما يأتى لترتيب الأعداد $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ترتيباً تصاعدياً :

لترتيب الأعداد نوجد مقامات الأعداد بإيجاد م.م.أ للمقامات و هو ....

∴ $\frac{٥}{٦} = \frac{٥ \times ...}{٦ \times ...} = \frac{.....}{.....}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ...}{٣ \times ...} = \frac{.....}{.....}$ ، $\frac{٧}{٨} = \frac{٧ \times ...}{٨ \times ...} = \frac{.....}{.....}$

∴ $\frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....}$ أى أن $\frac{٢}{٣} < \frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....}$

∴ الأعداد مرتبة ترتيباً تصاعدياً هى $\frac{٢}{٣}$ ، .... ، ....

تدريب (٣)

أكمل باستخدام أحد العلامات الآتية (< أو > أو =) لتكون العبارة صحيحة :

① $\frac{٣}{٤}$ ...... $\frac{١}{٤}$ ② $\frac{-٣}{٥}$ ...... $\frac{-٢}{٥}$ ③ $\frac{١}{٢}$ ...... $\frac{١}{٤}$

④ $\frac{٣}{١٥}$ ...... $\frac{٤}{٢٠}$ ⑤ $\frac{-٦}{٩}$ ...... $\frac{-٢}{٦}$ ⑥ $\frac{٣}{٢}$ ...... $\frac{٣}{٥}$

تدريب (٤)

أكمل ما يأتى لإيجاد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$:

نوجد مقامات العددين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ فيصبح العددان على الصورة .... ، ....

∴ الأعداد $\frac{.....}{.....}$ ، $\frac{.....}{.....}$ ، $\frac{.....}{.....}$ تقع بين العددين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$

تمارين (٣) على مقارنة و ترتيب الأعداد النسبية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك

١٠ — $\frac{1}{2}$ ساعة امتحان ومراجعة — اختبار تراكمي (٢)

١ (أ) أكمل ما يأتي :

① العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان ....

② العدد $\frac{٢}{س-٣}$ لا يكون نسبياً إذا كان ....

③ $|-٣| - |-٥| =$ ....

④ أبسط صورة للعدد $\frac{٨س}{-١٢س}$ هي .... حيث س ≠ صفر

٤ درجات

(ب) أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① $\frac{س+١}{س-٢}$ تعبر عن عدد نسبي إذا كانت س ≠ ....
[صفر ، ١ ، ٢ ، −٢]

② العدد النسبي $\frac{س-٣}{س}$ = صفر إذا كانت س = ...
[صفر ، ٣ ، −٣ ، ٦]

③ $\frac{س}{-٢}$ يمثل عدداً نسبياً سالباً إذا كانت س ....
[> صفر ، < صفر ، = صفر ، ≤ صفر]

④ العدد ١٢٪ = ...
[١٢ ، ١,٢ ، $\frac{٣}{٢٥}$ ، ٠,٠١٢]

٤ درجات

(جـ) أكتب في صورة نسبة مئوية :

① $|-١\frac{٢}{٥}|$ ② $-|-٢,٢٥|$

....

....

....

....

٢ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

٢ أكمل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

① $....,\ ....,\ \frac{-٤}{٣},\ -١,\ ....,\ \frac{-١}{٣},\ ٠,\ ....,\ \frac{٢}{٣},\ ١,\ ....,\ \frac{٥}{٣},\ ٢$

② $....,\ -١,\ ....,\ \frac{-٢}{٤},\ ....,\ ٠,\ \frac{١}{٤},\ ....,\ \frac{٣}{٤},\ ١,\ ....,\ ....,\ \frac{٧}{٤}$

③ $-١,\ \frac{-٥}{٦},\ ....,\ ....,\ ....,\ \frac{-١}{٦},\ ٠,\ ....,\ ....,\ \frac{٣}{٦},\ ....,\ ....,\ ١$

④ $\frac{-٧}{٥},\ ....,\ -١,\ ....,\ ....,\ \frac{-٢}{٥},\ ....,\ ٠,\ \frac{١}{٥},\ ....,\ ....,\ \frac{٤}{٥},\ ١$

٣ استخدم خط الأعداد في كتابة العدد المقابل للعدد النسبي المكتوب في الجدول

$\frac{-٧}{٢},\ \frac{-٦}{٢},\ \frac{-٥}{٢},\ \frac{-٤}{٢},\ \frac{-٣}{٢},\ \frac{-٢}{٢},\ \frac{-١}{٢},\ ٠,\ \frac{١}{٢},\ \frac{٢}{٢},\ \frac{٣}{٢},\ \frac{٤}{٢},\ \frac{٥}{٢},\ \frac{٦}{٢},\ \frac{٧}{٢}$

العدد النسبي	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٤}{٢}$	$\frac{-٥}{٢}$	$\frac{٧}{٢}$	$\frac{-٣}{٢}$	$\frac{-٧}{٢}$	$\frac{٢}{٢}$	$\frac{-٦}{٢}$	$\frac{٦}{٢}$
العدد النسبي المقابل	$-\frac{١}{٢}$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

٤ مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد ثم رتب الأعداد تصاعدياً :

① ٢ ، −٣ ، صفر ، $-\frac{١}{٢}$

② ٣ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، صفر ، ٤

③ $٢\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٤}$ ، ١

④ $١\frac{١}{٢}$ ، $-٢\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $٢\frac{١}{٢}$

(٥) مثل على خط الأعداد كلاً من الأعداد النسبية الآتية :

(١) $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{٤}{٣}$ (٣) $\frac{٣}{٤}$

(٤) $-\frac{٧}{٤}$ (٥) $٢\frac{١}{٢}$ (٦) $-\frac{١}{٣}$

(٧) $\frac{-٤}{٥}$ (٨) $١\frac{١}{٥}$ (٩) ٠,٥

(١٠) $-٣\frac{١}{٢}$ (١١) $\frac{٤}{١٦}$ (١٢) $\frac{٥}{٢٥}$

(٦) وضح أى العددين أكبر فى كل مما يأتى :

(١) $\frac{١}{٤}$ أم $\frac{٣}{٤}$ (٢) $\frac{١}{٢}$ أم $\frac{٣}{٢}$ (٣) $\frac{٢}{٥}$ أم $\frac{٤}{٥}$

(٤) $\frac{٣}{٨}$ أم $\frac{٥}{٨}$ (٥) $\frac{٤}{٣}$ أم $\frac{٥}{٣}$ (٦) $\frac{-٥}{٩}$ أم $\frac{-٧}{٩}$

(٧) رتب الأعداد النسبية الآتية تصاعدياً :

(١) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$ (٢) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$

(٣) $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٢}{٨}$ (٤) $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{٤}{٧}$

(٥) $\frac{٧}{٩}$ ، $\frac{٣}{٩}$ ، $\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{٦}{٩}$ (٦) $\frac{٤}{١٢}$ ، $\frac{-٦}{١٢}$ ، $\frac{-٩}{١٢}$ ، $\frac{-٢}{١٢}$

(٨) أوجد عددين نسبيين يقعان بين :

(١) $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{٦}{٧}$ (٢) $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ (٣) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$

مسائل المستوى الثانى

(٩) وضح فى كل مما يأتى أى العددين أكبر :

(١) $\frac{٢}{٣}$ أم $\frac{٥}{٧}$ (٢) $\frac{١}{٥}$ أم $\frac{١}{٦}$ (٣) $\frac{-٨}{١٥}$ أم $\frac{-٢}{٣}$

(٤) ٠,٦ أم $\frac{٥}{٦}$ (٥) $١\frac{١}{٢}$ أم $\frac{٤}{٣}$ (٦) $-١\frac{١}{٥}$ أم $\frac{-٨}{٤}$

(١٠) ضع العلامة المناسبة من العلامات (< أو = أو >) داخل المربع :

(١) $-\frac{١}{٢}$ ☐ صفر (٢) صفر ☐ أى عدد نسبى موجب

(٣) $-\frac{٣}{٤}$ ☐ $\frac{١}{٤}$ (٤) صفر ☐ أى عدد نسبى سالب

(٥) $-٤\frac{١}{٢}$ ☐ ٥- (٦) $\left|\frac{-٣}{٢}\right|$ ☐ $\frac{١}{٢}$

(٧) $٤\frac{١}{٢}$ ☐ ٥ (٨) $\left|\frac{١٥}{-٢}\right|$ ☐ $٧\frac{١}{٢}$

(٩) $\frac{-٤}{٥}$ ☐ $\frac{-٦}{٥}$ (١٠) $|١٤,٢|$ ☐ ١٤,٢

(١١) $\frac{-٩}{٣}$ ☐ ٣- (١٢) $\left|-\frac{٥}{٤}\right|$ ☐ $|١,\dot{٣}|$

(١١) رتب تصاعدياً مرة و تنازلياً مرة أخرى كلاً من الأعداد النسبية الآتية :

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ (٢) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

(٣) $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{-٧}{٨}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ (٤) $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{٦}{٥}$ ، $\frac{-٧}{٦}$ ، ٠,٦

(٥) $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٧}{٦}$ ، ٣ (٦) $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{-١}{٦}$ ، ١- ، $\frac{-٥}{١٢}$

(٧) $\frac{٨}{٢٤}$ ، $\frac{٢١}{٣٥}$ ، $\frac{٢٤}{٣٠}$ (٨) $\frac{١٦٣}{١٨٤}$ ، $\frac{٦٠}{٧٢}$ ، $\frac{٣٢}{٨٠}$

(١٢) أكتب عدداً نسبياً مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

(١) $\frac{٢}{٥} < \dots\dots < \frac{٣}{٥}$ (٢) $\frac{١}{٨} < \dots\dots < \frac{١}{٤}$

(٣) $\frac{١}{٦} < \dots\dots < \frac{١}{٤}$ (٤) $\frac{-٢}{٣} < \dots\dots < -\frac{١}{٣}$

(٥) $\frac{-٢}{٧} < \dots\dots < \frac{-٣}{١٤}$ (٦) $\frac{-٥}{٦} < \dots\dots < \frac{-٧}{٩}$

(١٣) أوجد عددين نسبيين يقعان بين :

(١) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ (٢) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$ (٣) $\frac{-١}{٤}$ ، $\frac{-٧}{٢٤}$

(٤) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٦}$ (٥) $\frac{٤}{٥}$ ، ٠,٧ (٦) $\frac{٣}{٤}$ ، صفر

١٤ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين :

① $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$　　② $\frac{٥}{-١٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$　　③ $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{-٣}{٤}$

④ $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٥}{٦}$　　⑤ $\frac{٢}{٣}$ ، ٠,٦　　⑥ $\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١٠٠}{٣٠٠}$

١٥ أكمل ما يأتي :

① إذا كان $\frac{أ}{٣} > \frac{ب}{٣}$ فإن ..... > .....

② إذا كان $\frac{٢}{أ} > \frac{٢}{ب}$ فإن أ ..... ب

③ إذا كان $\frac{أ}{٣} > \frac{هـ}{٢}$ فإن ٢ أ ..... ٣ هـ

④ عدد الأعداد النسبية الواقعة بين $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ هو ....

⑤ الأعداد $\frac{-١١}{١٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، -٠,٤ مرتبة ترتيباً ....

⑥ العدد النسبى .... يقع بين العددين النسبيين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$

١٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① العدد النسبى المقابل للعدد $\frac{١}{٣}$ على خط الأعداد هو ....

[$\frac{١}{٣}$ أو $\frac{-١}{٣}$ أو $\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{-٢}{٣}$]

② العدد النسبى المقابل للعدد $-\frac{٣}{٤}$ على خط الأعداد هو ....

[$\frac{١}{٤}$ أو $\frac{١}{٤}$ أو $\frac{٣}{٤}$ أو $\frac{-٣}{٤}$]

③ بين كل عددين صحيحين متتاليين يوجد ....

[عدد نسبى وحيد أو عدد صحيح واحد أو عدد لا نهائى من الأعداد النسبية أو عدد لا نهائى من الأعداد الصحيحة]

④ أقل عدد نسبى مما يأتى هو ....

[$\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{-٢}{٣}$ أو $\frac{٥٠١}{٥٠٠}$ أو $-\frac{٥٠٠}{٥٠١}$]

⑤ العدد $\frac{٥}{٣}$ > ....

[$\frac{١٠}{٣}$ أو $\frac{٢٥}{٩}$ أو $\frac{١٠}{٦}$ أو $\frac{٣}{٥}$]

⑥ عدد الأعداد الصحيحة الواقعة بين $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ هو ....

[صفر أو ١ أو ٢ أو عدد لا نهائى]

مسائل المتفوقين

١٧ مثل على خط الأعداد كلاً من :

① $\frac{١٠٥}{١٤٠}$　　② $-١\frac{٣٩}{١٩٥}$

١٨ أوجد عدد الأعداد النسبية التى مقاماتها ٣٥ وتقع بين العددين ١ ، ٢

١٩ إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن حيث ب = ١٨ فأوجد قيم $\frac{أ}{ب}$ إذا كان $\frac{٢}{٣} < \frac{أ}{ب} < \frac{٥}{٦}$

٢٠ أوجد مجموعة قيم س حيث س ∈ ط والتى تحقق ما يأتى :

① $\frac{١}{س} > \frac{١}{٤}$　　② $\frac{س}{٢} > \frac{٤}{٣}$

جمع وطرح الأعداد النسبية

جمع الأعداد النسبية

- إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ب}}$ عددين نسبيين متحدى المقام فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}}$

فمثلاً: $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٢ + ١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

- إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ عددين نسبيين مختلفى المقام فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د} + \text{ب جـ}}{\text{ب د}}$

فمثلاً: $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٢ \times ٢ + ٣ \times ١}{٦} = \frac{٤ + ٣}{٦} = \frac{٧}{٦}$

خواص عملية الجمع فى ن

- **الانغلاق:** أى أن مجموع أى عددين نسبيين هو عدد نسبى

فمثلاً: $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٥}{٧} \in$ ن

- **الإبدال:** أى أن مجموع أى عددين نسبيين لا يتغير عند تبديل كل عدد مكان الآخر

فمثلاً: $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

- **الدمج:** عند جمع ثلاثة أعداد نسبية يمكن جمع عددين ثم جمع الناتج مع العدد الثالث

فمثلاً: $\left(\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧}\right) + \frac{١}{٧} = \frac{٣}{٧} + \left(\frac{٢}{٧} + \frac{١}{٧}\right) = \frac{٦}{٧}$

- **العدد المحايد الجمعى:** العدد المحايد الجمعى فى ن هو الصفر أى أنه عند إضافة الصفر لأى عدد نسبى لا تتغير قيمة هذا العدد

فمثلاً: $\frac{٢}{٣} + ٠ = ٠ + \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

- **المعكوس الجمعى:** المعكوس الجمعى لأى عدد نسبى $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ هو $\frac{-\text{أ}}{\text{ب}}$

فمثلاً: المعكوس الجمعى للعدد $\frac{١}{٢}$ هو $-\frac{١}{٢}$

ملاحظة: المعكوس الجمعى للعدد صفر هو نفسه (هو صفر)

طرح الأعداد النسبية

- عملية الطرح $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ هى عملية جمع المطروح منه $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)$ مع المعكوس الجمعى للمطروح $\left(\frac{\text{جـ}}{\text{د}}\right)$ أى أن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \left(\frac{-\text{جـ}}{\text{د}}\right)$
- عملية الطرح فى ن ليست ابدالية وليست دامجة ولا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية الطرح ولا توجد معكوسات بالنسبة لعملية الطرح

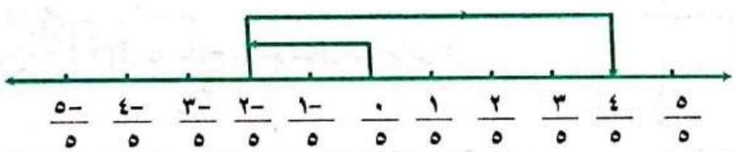
أمثلة توضيحية

مثال ١ **استخدم** خط الأعداد فى إيجاد ناتج جمع $\frac{-٢}{٥} + \frac{٦}{٥}$

الحل

① نرسم خط الأعداد و نقسم المسافة بين كل عددين صحيحين إلى ٥ وحدات (يكون مقامات الأعداد ٥)

② نبدأ من نقطة الصفر و نتحرك فى الاتجاه السالب لخط الأعداد وحدتين

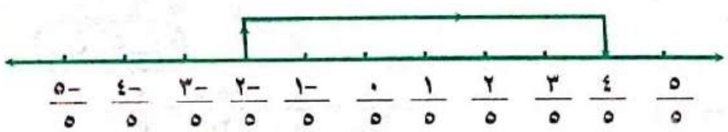


③ نتحرك من النقطة التى وصلنا إليها مقدار ٦ وحدات فى الاتجاه الموجب

④ النقطة التى نصل إليها هى ناتج الجمع

$\therefore \frac{-٢}{٥} + \frac{٦}{٥} = \frac{٤}{٥}$

حل آخر



نبدأ من النقطة $\frac{-٢}{٥}$ (العدد الأول) و نتحرك فى الاتجاه الموجب (لأن العدد الثانى موجب) ٦ وحدات فنصل للعدد $\frac{٤}{٥}$

مثال ٢ أوجد ناتج جمع كل مما يأتى :

① $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧}$ ② $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦}$

الحل

(لاحظ أن العددين لهما نفس المقام)

① $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٤}{٧}$

② $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} = \frac{٦ \times ٢ + ٣ \times ٥}{١٨} = \frac{١٢ + ١٥}{١٨} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$ (فى أبسط صورة)

حل آخر (بتوحيد مقامى العددين أولاً)

$\because \frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٢}{٢ \times ٣} = \frac{٤}{٦}$

$\therefore \frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{٥}{٦} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$

مثال ٣ أوجد ناتج جمع كل مما يأتى :

① $\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$ ② $\frac{٧}{١٠} + ١\frac{١}{٥}$

الحل

① $\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{-٣ \times ٥ + ٢ \times ٤}{٤ \times ٥} = \frac{-١٥ + ٨}{٢٠} = \frac{-٧}{٢٠}$ (إذا كانت الأشكال مختلفة نطرح)

حل آخر

$\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{-١٥}{٢٠} + \frac{٨}{٢٠} = \frac{-٧}{٢٠}$ (بتوحيد المقامات مباشرة)

② $\frac{٧}{١٠} + ١\frac{١}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{١ \times ٥ + ١}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{٦}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{١٢}{١٠} = \frac{١٩}{١٠}$

مثال ٤ أوجد ناتج جمع كل مما يأتى :

① $\frac{٥}{٧} + ٣$ ② $\frac{-١٠}{١٥} + \frac{٤}{١٢}$ ③ $\frac{٣}{٥} + ٠,٢$

الحل

① $\frac{٥}{٧} + ٣ = \frac{٥}{٧} + \frac{٢١}{٧} = \frac{٢٦}{٧}$

② بوضع العددين فى أبسط صورة

$\frac{-١٠}{١٥} = \frac{-١٠ \div ٥}{١٥ \div ٥} = \frac{-٢}{٣}$

$\frac{٤}{١٢} = \frac{٤ \div ٤}{١٢ \div ٤} = \frac{١}{٣}$

$\frac{-١٠}{١٥} + \frac{٤}{١٢} = \frac{-٢}{٣} + \frac{١}{٣} = \frac{-١}{٣}$

③ $\frac{٣}{٥} + ٠,٢ = \frac{٣}{٥} + \frac{٢}{١٠} = \frac{٦}{١٠} + \frac{٢}{١٠} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

ملاحظة

قبل إجراء عملية الجمع أو أى عملية يفضل وضع الأعداد النسبية فى أبسط صورة

(إذا كانت الأشكال مختلفة نطرح)

مثال ٥ أوجد ناتج جمع :

$\frac{٩}{١٨} + \frac{٢٠}{٢٤} + \frac{٦}{٨} + \frac{-١}{٣}$

الحل

الناتج $= \frac{١}{٢} + \frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٣} = \frac{٦ + ١٠ + ٩ - ٤}{١٢} = \frac{٢١}{١٢} = \frac{٧}{٤}$

ملاحظة

عند جمع الأعداد النسبية يفضل كتابتها فى أبسط صورة قبل توحيد المقامات

مثال ٦ أوجد ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٥}$ ② $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤}$

الحل

① $\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٥} = \frac{٥ \times ١ - ٢ \times ٣}{١٠} = \frac{٥ - ٦}{١٠} = \frac{-١}{١٠}$

② $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤} = \frac{٦ - ٨ - ٩}{١٢} = \frac{-١١}{١٢}$

٧ احسب ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

① $٦\frac{٢}{٣} + (-٤\frac{١}{٦})$ ② $-٥\frac{١}{٣} - ٢\frac{١}{١٢}$

الحل

① نجعل الأعداد فى أبسط صورة أولاً

$$٦\frac{٢}{٣} = \frac{٣ \times ٦ + ٢}{٣} = \frac{٢٠}{٣} \quad ، \quad -٤\frac{١}{٦} = -\frac{٤ \times ٦ + ١}{٦} = \frac{-٢٥}{٦}$$

ثم نوجد الناتج بعد توحيد المقامات

$$\therefore ٦\frac{٢}{٣} + (-٤\frac{١}{٦}) = \frac{٢٠}{٣} - \frac{٢٥}{٦} = \frac{٤٠}{٦} - \frac{٢٥}{٦} = \frac{١٥}{٦} = \frac{٥}{٢}$$

حل آخر

$$٦\frac{٢}{٣} + (-٤\frac{١}{٦}) = ٦\frac{٤}{٦} - ٤\frac{١}{٦} = ٢\frac{٣}{٦} = ٢\frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$$

② $$-٥\frac{١}{٣} - ٢\frac{١}{١٢} = -\frac{١٦}{٣} - \frac{٢٥}{١٢} = -\frac{٦٤}{١٢} - \frac{٢٥}{١٢} = \frac{-٨٩}{١٢}$$

حل آخر

$$-٥\frac{١}{٣} - ٢\frac{١}{١٢} = -٥\frac{٤}{١٢} - ٢\frac{١}{١٢} = -٧\frac{٥}{١٢} = \frac{-٨٩}{١٢}$$

٨ باستخدام خواص الجمع فى ن أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة :

① $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٧} + \frac{١}{٤}$ ② $\frac{٥}{٦} + \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٦} + \frac{٢}{٤}$

الحل

① $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٧} + \frac{١}{٤} = (\frac{٢}{٧} + \frac{٥}{٧}) + (\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤})$ (الإبدال والدمج)

$= \frac{٧}{٧} + \frac{٤}{٤} = ١ + ١ = ٢$

② $\frac{٥}{٦} + \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٦} + \frac{٢}{٤} = \frac{٥}{٦} + \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٢}$ (يفضل أن نجعل الأعداد فى أبسط صورة قبل الحل)

$= (\frac{٥}{٦} + \frac{١}{٦}) + (\frac{٥}{٢} + \frac{١}{٢})$ (الإبدال والدمج)

$= \frac{٦}{٦} + \frac{٦}{٢} = ١ + ٣ = ٤$

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الجدول التالى :

العدد	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{-١}{٢}$	....	صفر	$\frac{-٢}{-٣}$	$\frac{١}{-٥}$	....	٠,٣
معكوسه الجمعى	....	....	$\frac{٣}{٤}$	....	....	....	-١	....

تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{\ldots}{٧}$ ② $\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots\ldots$

③ $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{٣ \times \ldots + ٢ \times \ldots}{٤ \times ٥} = \frac{\ldots + \ldots}{٢٠} = \ldots\ldots$

④ $\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٤} + \frac{-١}{٥} = \frac{\ldots}{٢٠} + \frac{\ldots}{٢٠} + \frac{\ldots}{٢٠} = \frac{\ldots}{٢٠} = \ldots\ldots$

تدريب (٣)

أكمل لإيجاد ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \ldots\ldots$ ② $\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \ldots\ldots$

③ $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٤} = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \ldots\ldots$

④ $\frac{٥}{٦} - \frac{١}{٣} = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \ldots\ldots$

تدريب (٤)

باستخدام خواص الجمع فى ن أكمل ما يأتى لإيجاد الناتج فى أبسط صورة :

① $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٣}$

$= (\ldots + \ldots) + \frac{٣}{٤}$ خاصية ....

$= \ldots + \frac{٣}{٤} = \ldots$

② $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٩} + \frac{-٢}{٣} + \frac{٤}{٩}$

$= (\frac{٥}{٩} + \ldots) + (\ldots + \ldots)$ خاصية ....

$= \ldots + \ldots = \ldots$

تمارين (٤) على جمع وطرح الأعداد النسبية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٣}$ ساعة امتحان ومراجعة — ١٠ — اختبار تراكمى (٣)

١ (أ) أكمل ما يأتى :

① .... عدد نسبى ليس موجباً و ليس سالباً

② العدد الأكبر فى العددين $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ هو ....

③ العدد النسبى $\frac{٣ - س}{س + ٧}$ = صفر عندما س = ...

④ العدد $\frac{٥}{س - ٤} \notin$ ن عندما س = ...

٤ درجات

(ب) أكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

....

....

٣ درجات

(جـ) ① رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$-\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ ، -١

....

....

② أكمل بنفس التسلسل ١ ، ٤ ، ١٠ ، ١٩ ، ...... ، ......

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

٢ احسب ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥}$ ② $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧}$ ③ $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

④ $\frac{٥}{٦} - \frac{١}{٦}$ ⑤ $\frac{٧}{٨} - \frac{٥}{٨}$ ⑥ $\frac{٥}{٧} - \frac{٣}{٧}$

⑦ $\frac{-١}{٤} + \frac{٣}{٤}$ ⑧ $-\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥}$ ⑨ $\frac{-٢}{٧} + \frac{٥}{٧}$

⑩ $\frac{٥}{٩} + (-\frac{٢}{٩})$ ⑪ $\frac{٧}{٨} + (-\frac{٣}{٨})$ ⑫ $\frac{٣}{٥} + (-\frac{١}{٥})$

⑬ $-\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣}$ ⑭ $\frac{-٣}{٨} - \frac{١}{٨}$ ⑮ $\frac{-٢}{٧} - \frac{٣}{٧}$

٣ احسب ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}$ [$\frac{٥}{٦}$] ② $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٤}$ [$\frac{١١}{١٢}$] ③ $\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}$ [$\frac{٩}{١٠}$]

④ $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٣}$ [$\frac{٥}{١٢}$] ⑤ $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٢}$ [$\frac{١}{٦}$] ⑥ $\frac{-١}{٥} + \frac{١}{٣}$ [$\frac{٢}{١٥}$]

⑦ $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٢}$ [$\frac{١}{٤}$] ⑧ $\frac{٤}{٩} - \frac{٢}{٣}$ [$-\frac{٢}{٩}$] ⑨ $\frac{٧}{١٠} - \frac{٢}{٥}$ [$\frac{٣}{١٠}$]

٤ استخدم خط الأعداد فى جمع الأعداد النسبية الآتية :

① (وزارة) $-\frac{١}{٣} + \frac{٥}{٣}$ ② (وزارة) $\frac{٥}{٨} + (\frac{-٣}{٨})$ ③ (وزارة) $\frac{-٣}{٤} + (-\frac{١}{٤})$

مسائل المستوى الثانى

٥ احسب ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\frac{٢}{٨} + \frac{٣}{١٢}$ [$\frac{١}{٢}$] ② $\frac{٦}{١٥} - \frac{٤}{٢٠}$ [$\frac{١}{٥}$] ③ $\frac{-٤}{٢٤} + \frac{٦}{٩}$ [$\frac{١}{٢}$]

④ (وزارة) $-\frac{٣}{١٠} + (\frac{-٢}{٥})$ [$\frac{-٧}{١٠}$] ⑤ (وزارة) $\frac{١٢}{٢} + (-\frac{١٦}{٤})$ [٢] ⑥ (وزارة) $-\frac{٩}{١٢} + \frac{٣}{٦}$ [$\frac{-١}{٤}$]

⑦ $٢\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٨}$ [$\frac{٢٣}{٨}$] ⑧ $\frac{٣}{١٥} + ٠,٢$ [$\frac{٢}{٥}$] ⑨ (وزارة) $\frac{-٥}{١٠} + \frac{٢٥}{١٠٠}$ [$\frac{-١}{٤}$]

⑩ $٢٥\% + (-\frac{١}{٤})$ [صفر] ⑪ $٢٠\% + |\frac{-١}{٥}|$ [$\frac{٢}{٥}$] ⑫ $|\frac{-١}{٤}| - ٥٠\%$ [$\frac{-١}{٤}$]

(٦) أكتب المعكوس الجمعي لكل من الأعداد النسبية الآتية :

① $\frac{٣}{٧}$ ② $\frac{-٤}{٩}$ ③ صفر ④ $-٢\frac{١}{٢}$

⑤ -٦ ⑥ $٥,٢$ ⑦ $-٢,٣$ ⑧ $١\frac{١}{٥}$

(٧) أكمل ما يأتي :

① من خواص عملية الجمع في ن ....، ....، ....

② العدد المحايد الجمعي في ن هو ....

③ المعكوس الجمعي للعدد النسبي $\frac{س}{ص}$ هو .... حيث ص $\neq$ ٠

④ إذا كان س + $\frac{-١}{٢}$ = ٠ فإن س = ...

⑤ المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

⑥ المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٢}{٥}$ هو ....

⑦ المعكوس الجمعي للعدد $\frac{-٣}{٤}$ هو ....

⑧ المعكوس الجمعي للعدد $\left(\frac{١}{٢}\right)^{صفر}$ هو ....

⑨ المعكوس الجمعي للعدد $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{صفر}$ هو ....

⑩ العدد $\frac{-٤}{-٥}$ هو المعكوس الجمعي للعدد ....

⑪ المعكوس الجمعي للعدد $\left|\frac{-٢}{٣}\right|$ هو ....

(٨) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① ناتج جمع $\frac{١}{٥} + \left(\frac{-٦}{٥}\right)$ يساوي .... [١ ، ١- ، $\frac{٧}{٥}$ ، $\frac{-٧}{٥}$]

② .... $- \frac{١}{٢} = -١$ [$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، ١]

③ $\frac{٢}{٧}$ + ... = صفر [صفر ، $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{-٢}{٧}$ ، $\frac{٧}{٢}$]

④ ناتج جمع $\frac{١}{٦} + \frac{٢}{٦}$ يساوي المعكوس الجمعي للعدد ....

[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{-١}{٦}$]

⑤ باقي طرح $\frac{١}{٤}$ من $\frac{٣}{٤}$ يساوي .... [١ ، ١- ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$]

⑥ باقي طرح $\frac{-٣}{٥}$ من $\frac{٢}{٥}$ يساوي .... [$\frac{-١}{٥}$ ، ١ ، ١- ، $\frac{١}{٥}$]

⑦ باقي طرح $\frac{١}{٥}$ من $-\frac{٤}{٥}$ يساوي .... [١ ، ١- ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$]

⑧ باقي طرح $\frac{١}{٣}$ من صفر يساوي .... [صفر ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

⑨ باقي طرح $-\frac{٢}{٥}$ من صفر يساوي .... [صفر ، $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

⑩ $\frac{١}{٣}$ + ... = صفر [$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $-\frac{٢}{٣}$]

⑪ $-\left(\frac{٤}{٥} + \left(-\frac{١}{٥}\right)\right)$ = ... [$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، ١ ، ١-]

⑫ $-\left(-\frac{٢}{٥} + \left(-\frac{٥}{٥}\right)\right)$ = ... [$\frac{-٧}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٥}$]

(٩) أكتب خاصية جمع الأعداد النسبية المستخدمة في كل مما يأتي :

① $\frac{٧}{٢} + \frac{٩}{١٦} = \frac{٩}{١٦} + \frac{٧}{٢}$

② صفر + $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤}$

③ $\left(\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣}\right) + \frac{١}{٦} = \frac{٢}{٣} + \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦}\right)$

④ $\frac{٣}{٤} + \left(\frac{-٣}{٤}\right)$ = صفر

⑤ $\frac{٥}{٨}$ + صفر = $\frac{٥}{٨}$

⑥ $٢,٥ + (٠,٧ + ٩,٥) = ٢,٥ + (٩,٥ + ٠,٧)$

(١٠) أحسب قيمة كل مما يأتي مع ذكر الخواص المستخدمة :

① $\frac{٥}{١٠} + \left(\frac{-٧}{١٠}\right)$

② $\frac{-٣}{٥} + \frac{١}{٥} + \frac{٣}{٥}$

③ $\frac{٤}{٥} + \left(\frac{-٤}{٥}\right)$

④ $\left[\frac{٢}{٩} + \left(\frac{-٤}{٩}\right)\right] + \left(\frac{-٢}{٩}\right)$

⑤ $\frac{٣}{٦} + \frac{٥}{٦} + \left(\frac{-٣}{٦}\right)$

⑥ $\frac{-١}{٤} + \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$

(١١) أكمل ما يأتي :

① $١٥\frac{١}{٢} + \left(-١٣\frac{٣}{٤}\right)$ = ... + $\left[١٣\frac{٣}{٤} + \left(-١٣\frac{٣}{٤}\right)\right]$

② $\frac{٣}{٣٢} + \left(\frac{-١٧}{٣٢}\right) = \left[\frac{٣}{٣٢} + \left(\frac{-٣}{٣٢}\right)\right]$ + ...

(٣) $11\frac{1}{2} + (-11\frac{1}{2}) = \dots\dots + \left[11\frac{1}{2} + (-11\frac{1}{2})\right]$

(٤) $-10\frac{1}{5} + 7\frac{3}{5} = \dots\dots + (-7\frac{3}{5} + 7\frac{3}{5})$

(١٢) باستخدام خواص الجمع في ن أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

(١) $(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}) + \frac{-3}{4}$ [$\frac{1}{3}$] (٢) $(\frac{3}{5} + \frac{3}{8}) + \frac{1}{8}$ [$\frac{11}{10}$]

(٣) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7}$ [2] (٤) $\frac{3}{4} + \frac{-5}{9} + \frac{1}{4} + \frac{-4}{9}$ [0]

(٥) $1\frac{1}{2} + (-4) + 2\frac{1}{2}$ [0] (٦) $\frac{15}{9} + \frac{24}{16} + \frac{-9}{12} + \frac{-20}{15}$ [$\frac{13}{12}$]

(٧) $\frac{-3}{7} + \frac{1}{2} + \frac{-1}{14}$ [0] (٨) $\frac{5}{4} + \frac{-13}{5} + (-\frac{25}{4}) + \frac{28}{5}$ [-2]

(١٣) احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

(١) $1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$ [$3\frac{4}{5}$] (٢) $7\frac{4}{5} - 3\frac{3}{5}$ [$4\frac{1}{5}$]

(٣) $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$ [$2\frac{2}{3}$] (٤) $7\frac{1}{4} + (-11\frac{1}{4})$ [-4]

(٥) $-13\frac{1}{8} + 7\frac{3}{8}$ [$\frac{-23}{4}$] (٦) $1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{8}$ [$3\frac{7}{8}$]

(٧) $6\frac{2}{3} + (-3\frac{1}{6})$ [$3\frac{1}{2}$] (٨) $-2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{12}$ [$-5\frac{3}{4}$]

(٩) $30\% - (-3\frac{2}{5})$ [$3\frac{7}{10}$] (١٠) $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$ [$1\frac{1}{4}$]

(١١) $4\frac{2}{3} - |-2\frac{1}{6}|$ [$\frac{5}{2}$] (١٢) $|2\frac{-3}{8}| - |-2\frac{1}{4}|$ [$\frac{1}{8}$]

(١٣) $4 + (-9\frac{5}{8})$ [$-5\frac{5}{8}$] (١٤) $-2 + |1\frac{3}{7}|$ [$\frac{-4}{7}$]

مسائل المتفوقين

(١٤) إذا كانت أ + ب = $\frac{5}{4}$ ، ب + جـ = $\frac{3}{4}$ ، أ + جـ = $\frac{1}{2}$

فأوجد قيمة : (١) أ + ٢ ب + جـ [2] (٢) ب [$\frac{3}{4}$]

ضرب وقسمة الأعداد النسبية

ضرب الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

وإذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب^{2}}$

أي أنه عند ضرب عددين نسبيين فإننا نضرب البسط × البسط والمقام × المقام

فمثلاً : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$ ، $\frac{1}{2} \times \frac{-5}{4} = \frac{1 \times -5}{2 \times 4} = \frac{-5}{8}$

$-\frac{2}{5} \times \frac{-1}{3} = \frac{-2 \times -1}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$ ، $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 5} = \frac{6}{25}$

خواص عملية الضرب في ن

- **الانغلاق** : أي أن حاصل ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبي
  فمثلاً : $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ (نلاحظ أن $\frac{8}{15} \in$ ن)
- **الإبدال** : أي أن حاصل ضرب أي عددين نسبيين لا يتغير عند تبديل كل عدد مكان الآخر
  فمثلاً : $\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
- **الدمج** : عند ضرب ثلاثة أعداد نسبية يمكن ضرب عددين ثم ضرب الناتج في العدد الثالث
  فمثلاً : $(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}) \times \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{2} \times \frac{5}{3}) = \frac{5}{4}$
- **العدد المحايد الضربي** : العدد المحايد الضربي في ن هو "١" أي أنه عند ضرب أي عدد نسبي في الواحد الصحيح لا تتغير قيمة هذا العدد
  فمثلاً : $\frac{1}{2} \times 1 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

• **المعكوس الضربي**: المعكوس الضربي لأى عدد $\frac{أ}{ب}$ لا يساوى الصفر هو $\frac{ب}{أ}$

فمثلاً: المعكوس الضربى للعدد $\frac{3}{4}$ هو $\frac{4}{3}$ والمعكوس الضربى للعدد $\frac{-2}{3}$ هو $\frac{-3}{2}$

والمعكوس الضربى للعدد $\frac{1}{2}$ هو 2 والمعكوس الضربى للعدد 3 هو $\frac{1}{3}$

ملاحظة: المعكوس الضربى للعدد 1 هو 1 والمعكوس الضربى للعدد -1 هو -1

لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر (لأن $\frac{1}{0}$ ليس لها معنى)

توزيع الضرب على الجمع والطرح:

فمثلاً: $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$

$\frac{3}{4}\times\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$

مع ملاحظة أن التوزيع يكون من اليمين أو من اليسار

قسمة الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين ، $\frac{جـ}{د} \neq 0$

فإن $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$

أى أنه عند قسمة عددين نسبيين فإننا نحول عملية القسمة إلى ضرب العدد الأول × المعكوس الضربى للعدد الذى بعد علامة " ÷ "

فمثلاً: $\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}=\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}\div\frac{-3}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{-4}{3}=\frac{-2}{3}$

ملاحظة:

لاحظ أن عملية القسمة ليست ابدالية وليست دامجة

ولا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة

ولا توجد معكوسات بالنسبة لعملية القسمة

تطبيقات على الأعداد النسبية

نعلم أن بين أى عددين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية و لكن يوجد عدد نسبى وحيد يقع فى منتصف المسافة بين أى عددين و لإيجاد هذا العدد يمكن استخدام القاعدة التالية

العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين عددين = $\frac{1}{2}$ (العدد الأول + العدد الثانى)

فمثلاً:

لإيجاد العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $\frac{7}{8}$

فإن العدد = $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}+\frac{7}{8}\right)=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$

و إذا لاحظنا المسافة بين $\frac{1}{8}$ ، $\frac{7}{8}$

فى الشكل المقابل نجد أن العدد $\frac{4}{8}$

يقع فى منتصف المسافة حيث $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

و إذا قسمنا المسافة بين العددين إلى ثلاثة أجزاء فإن كل جزء يمثل ثلث المسافة بين العددين

و نلاحظ أن العدد $\frac{3}{8}$ يقع فى ثلث المسافة بين العددين من جهة العدد الأصغر $\left(\frac{1}{8}\right)$

و أن العدد $\frac{5}{8}$ يقع فى ثلث المسافة بين العددين من جهة العدد الأكبر $\left(\frac{7}{8}\right)$

و لإيجاد هذه الأعداد دون الحاجة إلى تقسيم المسافة فإننا نتبع القاعدة التالية:

العدد الذى يقع فى ثلث المسافة بين عددين

من جهة العدد الأصغر = العدد الأصغر ⊕ $\frac{1}{3}$ | المسافة بين العددين |

من جهة العدد الأكبر = العدد الأكبر ⊖ $\frac{1}{3}$ | المسافة بين العددين |

فمثلاً: العدد الذى يقع فى ثلث المسافة من جهة $\frac{1}{8}$ = $\frac{1}{8}+\frac{1}{3}\left|\frac{7}{8}-\frac{1}{8}\right|=\frac{3}{8}$

العدد الذى يقع فى ثلث المسافة من جهة $\frac{7}{8}$ = $\frac{7}{8}-\frac{1}{3}\left|\frac{7}{8}-\frac{1}{8}\right|=\frac{5}{8}$

و هما نفس العددين اللذين حصلنا عليهما من التقسيم

لاحظ أن: المسافة بين العددين نوجدها عن طريق | الفرق بين العددين |

لأن المسافة دائماً موجبة مثل الوقت و العمر

أمثلة توضيحية

مثال [١] أوجد ناتج ضرب كل مما يأتي :

(١) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$ (٢) $\frac{٢}{٤} \times \frac{٣}{٥}$ (٣) $\frac{٩}{١٥} \times \frac{١٠}{٦}$

الحل

(١) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٤} = \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٦}$

(٢) $\frac{٢}{٤} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٣}{٤ \times ٥} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣}{١٠}$

حل آخر: $\frac{\cancel{٢}}{\cancel{٤}_{٢}} \times \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٣}{١٠}$

(٣) $\frac{٩}{١٥} \times \frac{١٠}{٦} = \frac{٩ \times ١٠}{١٥ \times ٦} = \frac{٩٠}{٩٠} = ١$

حل آخر: $\frac{\cancel{٩}^{٣}}{\cancel{١٥}_{٥}} \times \frac{\cancel{١٠}^{٥}}{\cancel{٦}_{٣}} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٣} = \frac{١}{١} = ١$

ملاحظة: بعد إجراء عملية الضرب أو أى عملية يجب وضع الناتج فى أبسط صورة

لاحظ أنه: يفضل وضع الأعداد النسبية فى أبسط صورة قبل إجراء عملية الضرب

لاحظ أنه: عند إجراء عملية الضرب يمكن اختصار أى بسط مع أى مقام (عدد مقابل عدد)

مثال [٢] أوجد ناتج ضرب كل مما يأتي :

(١) $\frac{-٣}{٨} \times \frac{٤}{٣}$ (٢) $-٣\frac{٣}{٧} \times \left(-٥\frac{٥}{٩}\right)$

(٣) $\frac{-٢}{٥} \times \frac{١٠}{٣} \times \frac{-٩}{٤}$ (٤) $٠{,}٣ \times \frac{٨}{١٣} \times ٥ \times ١\frac{٧}{٩}$

الحل

(١) $\frac{-٣}{٨} \times \frac{٤}{٣} = \frac{-١٢}{٢٤} = \frac{-١}{٢}$

(٢) $-٣\frac{٣}{٧} \times \left(-٥\frac{٥}{٩}\right) = \frac{-٢٤}{٧} \times \frac{-٣٥}{٩} = ٢٠$

تذكر أن:
+ × + = + ، − × − = +
+ × − = − ، − × + = −
أى عدد × صفر = صفر

(٣) $\frac{-٢}{٥} \times \frac{١٠}{٣} \times \frac{-٩}{٤} = ٣$

حل آخر: $\frac{-٢ \times ١٠ \times -٩}{٥ \times ٣ \times ٤} = \frac{١٨٠}{٦٠} = ٣$

(٤) $٠{,}٣ \times \frac{٨}{١٣} \times ٥ \times ١\frac{٧}{٩} = \frac{٣}{١٠} \times \frac{٨}{١٣} \times ٥ \times \frac{١٣}{٩} = ٢$

مثال [٣] أوجد ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{١}{٢} \div \frac{٣}{٥}$ (٢) $\frac{-٣}{٥} \div \frac{٩}{٥}$

(٣) $\frac{-١٤}{١٥} \div \left(\frac{-٢١}{٥}\right)$ (٤) $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢}$

الحل

(١) $\frac{١}{٢} \div \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٢} \times \frac{٥}{٣} = \frac{٥}{٦}$

(٢) $\frac{-٣}{٥} \div \frac{٩}{٥} = \frac{\cancel{-٣}^{-١}}{\cancel{٥}_{١}} \times \frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{٩}_{٣}} = \frac{-١}{٣}$

(٣) $\frac{-١٤}{١٥} \div \left(\frac{-٢١}{٥}\right) = \frac{\cancel{-١٤}^{٢}}{\cancel{١٥}_{٣}} \times \frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{-٢١}_{٣}} = \frac{٢}{٩}$

(٤) $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢} = \frac{٩}{٤} \div \frac{٣}{٢} = \frac{\cancel{٩}^{٣}}{\cancel{٤}_{٢}} \times \frac{\cancel{٢}^{١}}{\cancel{٣}_{١}} = \frac{٣}{٢}$

تذكر أن:
+ ÷ + = +
− ÷ − = +
+ ÷ − = −
− ÷ + = −
صفر ÷ أى عدد = صفر
أى عدد ÷ صفر
ليس لها معنى

مثال [٤] استخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع فى تسهيل إجراء العمليات الآتية :

(١) $\frac{١٣}{١٢} \times ٧ + \frac{١٣}{١٢} \times ٥$ (٢) $\frac{١٠}{٢٩} \times \frac{٢}{٥} + \frac{١٠}{٢٩} \times \frac{٣}{٧}$

(٣) $\frac{٧}{١١} \times \frac{٤}{٥} - \frac{٧}{١١} \times \frac{١}{٥} - \frac{٧}{١١} \times \frac{٣}{٥}$ (٤) $٤ \times \frac{٥}{٩} + ١٥ \times \frac{٥}{٩} - \frac{٥}{٩}$

الحل

(١) $\frac{١٣}{١٢} \times ٧ + \frac{١٣}{١٢} \times ٥ = \frac{١٣}{١٢}\,(٧ + ٥) = \frac{١٣}{١٢} \times ١٢ = ١٣$

(٢) $\frac{١٠}{٢٩} \times \frac{٢}{٥} + \frac{١٠}{٢٩} \times \frac{٣}{٧} = \frac{١٠}{٢٩}\left(\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧}\right)$

$= \frac{١٠}{٢٩}\left(\frac{١٤ + ١٥}{٣٥}\right) = \frac{١٠}{٢٩} \times \frac{٢٩}{٣٥} = \frac{٢}{٧}$

③ $\frac{٧}{١١}\times\frac{٤}{٥} - \frac{٧}{١١}\times\frac{١}{٥} - \frac{٧}{١١}\times\frac{٣}{٥} = \frac{٧}{١١}\left(\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٥} - \frac{٣}{٥}\right)$

$= \frac{٧}{١١}\left(\frac{٠}{٥}\right) = \frac{٧}{١١} \times$ صفر $=$ صفر

④ $٤ \times \frac{٥}{٩} + ١٥ \times \frac{٥}{٩} - \frac{٥}{٩} = \frac{٥}{٩}(٤ + ١٥ - ١) = \frac{٥}{٩} \times (١٨) = ٥ \times ٢ = ١٠$

مثال ٥ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

① $\left(\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٣}\right) \div \frac{١٧}{٣}$ ② $\left(\frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}\right) \div \left(\frac{٧}{٣} - \frac{٧}{٥}\right)$

الحل

① $\left(\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٣}\right) \div \frac{١٧}{٣} = \left(\frac{٥ + ١٢}{٩}\right) \div \frac{١٧}{٣}$

$= \frac{١٧}{٩} \times \frac{٣}{١٧} = \frac{١}{٣}$

② $\left(\frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}\right) \div \left(\frac{٧}{٣} - \frac{٧}{٥}\right) = \left(\frac{٥ \times ٣ - ٢ \times ٤}{١٠}\right) \div \left(\frac{٥ \times ٧ - ٣ \times ٧}{١٥}\right)$

$= \left(\frac{١٥ - ٨}{١٠}\right) \div \left(\frac{٣٥ - ٢١}{١٥}\right)$

$= \frac{٧}{١٠} \div \frac{١٤}{١٥} = \frac{٧}{١٠} \times \frac{١٥}{١٤} = \frac{٣}{٤}$

مثال ٦ إذا كانت أ $= ١\frac{٣}{٤}$ ، ب $= \frac{١٢}{٧}$ ، جـ $= \frac{٢}{٣}$

فأوجد القيمة العددية لما يأتى : ① أ ب جـ + ٣ ② أ ب − جـ

الحل

① أ ب جـ + ٣ $= \left(١\frac{٣}{٤} \times \frac{١٢}{٧} \times \frac{٢}{٣}\right) + ٣$

$= \left(\frac{٧}{٤} \times \frac{١٢}{٧} \times \frac{٢}{٣}\right) + ٣ = ٢ + ٣ = ٥$

② أ ب − جـ $= \left(١\frac{٣}{٤} \times \frac{١٢}{٧}\right) - \frac{٢}{٣}$

$= \left(\frac{٧}{٤} \times \frac{١٢}{٧}\right) - \frac{٢}{٣} = ٣ - \frac{٢}{٣}$

$= \frac{٩}{٣} - \frac{٢}{٣} = \frac{٧}{٣}$

مثال ٧ إذا كانت أ $= \frac{١}{٢}$ ، ب $= \frac{-٣}{٤}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

① $\frac{أ}{ب}$ ② $\frac{أ + ب}{ب}$ ③ $\frac{أ - ب}{أ}$

الحل

① $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢} \div \frac{-٣}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{-٤}{٣} = \frac{-٢}{٣}$

② $\frac{أ + ب}{ب} = \left(\frac{١}{٢} + \frac{-٣}{٤}\right) \div \frac{-٣}{٤} = \frac{٢ - ٣}{٤} \div \frac{-٣}{٤} = \frac{-١}{٤} \div \frac{-٣}{٤}$

$= \frac{-١}{٤} \times \frac{-٤}{٣} = \frac{١}{٣}$

③ $\frac{أ - ب}{أ} = \left[\frac{١}{٢} - \left(\frac{-٣}{٤}\right)\right] \div \frac{١}{٢} = \left(\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}\right) \div \frac{١}{٢}$

$= \left(\frac{٢ + ٣}{٤}\right) \div \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٤} \div \frac{١}{٢}$

$= \frac{٥}{٤} \times \frac{٢}{١} = \frac{٥}{٢}$

مثال ٨ أوجد عدداً نسبياً يقع فى :

① منتصف المسافة بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$

② ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ من جهة العدد الأصغر

③ ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ من جهة العدد الأكبر

الحل

① العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $= \frac{١}{٢}$ (العدد الأول + العدد الثانى)

$= \frac{١}{٢}\left(\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦}\right) = \frac{١٣}{٢٤}$

② العدد الذى يقع فى ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ من جهة العدد الأصغر $\frac{١}{٣}$

= العدد الأصغر + $\frac{١}{٤}$ |المسافة بين العددين|

$= \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\left|\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}\right| = \frac{٣}{٨}$

③ ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٩}$ من جهة العدد الأكبر

= العدد الأكبر $- \frac{١}{٣}$ |المسافة بين العددين|

$= -\frac{١}{٩} - \frac{١}{٢} \left| -\frac{١}{٣} - \left(-\frac{١}{٩}\right) \right| = \frac{-٢}{٩}$

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٥} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \dots\dots$

② $\frac{-٢}{٣} \times \frac{١}{٥} = \dots\dots$

③ $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٩}{٨} = \dots\dots$

④ $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٢٤}{٢١} = \dots\dots$

تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٥} = \frac{٣}{٥} \times \dots = \dots$

② $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٥}{٢} = \dots \times \dots = \dots$

③ $\frac{٣}{٧} \div \frac{-٩}{١٤} = \dots \times \dots = \dots$

④ $\frac{-٧}{١٠} \div ١\frac{٢}{٥} = \dots\dots$

⑤ $-٩ \div ٢\frac{-١}{٤} = \dots\dots$

⑥ $\frac{٣}{٥} \div ٠{,}٣ = \dots\dots$

تدريب (٣)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{٥}{١١} \times \frac{١٣}{٧} + \frac{٥}{١١} \times \frac{-٢}{٧} = \frac{٥}{١١} (\dots\dots + \dots\dots)$

$= \frac{٥}{١١} \times \dots\dots = \dots\dots$

② $\frac{٣}{٥} \times ٤ + \frac{٣}{٥} \times ٧ - \frac{٣}{٥} = \dots\dots (\dots\dots + \dots\dots - \dots\dots)$

$= \frac{٣}{٥} \times \dots\dots = ٦$

امتحان (٥) على ضرب وقسمة الأعداد النسبية

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

① (أ) أكمل ما يأتي :

① المعكوس الجمعي للعدد $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{صفر}$ ....

② العدد النسبي $\frac{٣ - س}{٧ + س}$ = صفر عندما س = ...

③ $\frac{٥}{٩} + \left| -\frac{٤}{٩} \right| = \dots\dots\dots$

④ المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

(٤ درجات)

(ب) باستخدام خواص الجمع في ℚ أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

$\frac{٥}{٤} + \left(-\frac{١٣}{٥}\right) + \left(-\frac{٢٥}{٤}\right) + \frac{٢٨}{٥}$

....

....

....

(٣ درجات)

(جـ) ① اكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{٢}{٣}$

....

....

② أوجد قيمة س التي تجعل العدد $\frac{س - ٢}{س + ٥}$ غير نسبياً

....

....

....

(٣ درجات)

المستوى الأول

١ أكمل ما يأتي:

١) من خواص عملية الضرب في ن .... ، .... ، ....

٢) العدد المحايد الضربي في ن هو ....

٣) المعكوس الضربي للعدد -١ هو .... والمعكوس الضربي للعدد ١ هو ....

٤) $\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} =$ .... ٥) $\frac{٥}{٧} \div \frac{٥}{٧} =$ .... ٦) $\frac{١}{٢} \times .... = -١$

٧) المعكوس الضربي للعدد $\left|-\frac{٣}{٤}\right|$ هو ....

٨) المعكوس الضربي للعدد ٠,٥ هو ....

٩) المعكوس الضربي للعدد $٢\frac{١}{٢}$ هو ....

١٠) المعكوس الضربي للعدد $\left(-\frac{٢}{٣}\right)$[illegible] هو ....

٣ أحسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

١) $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣}$ ٢) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧}$ ٣) $-\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

٤) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ ٥) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٨}$ ٦) $-\frac{٤}{٣} \times \frac{٩}{٢}$

٧) $\frac{-٦}{٩} \times \frac{-١}{٢}$ ٨) $\frac{-٢}{١٤} \times \frac{٧}{٣}$ ٩) $\frac{-٥}{٤} \times \frac{-٨}{١٥}$

٤ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

١) $\frac{١}{٢} \div \frac{٢}{٣}$ ٢) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٣}{٨}$ ٣) $\frac{٥}{٩} \div \frac{-١٠}{١٨}$

٤) $\frac{٥}{٣} \div \frac{١٠}{٩}$ ٥) صفر $\div \frac{٣}{٥}$ ٦) $-\frac{٥}{٨} \div \frac{٥}{٨}$

٧) $-١٤ \div \left(-\frac{٧}{٤}\right)$ ٨) $\frac{٣}{٥} \div \left(-\frac{٩}{١٠}\right)$ ٩) $-\frac{٢}{٣} \div \left(-\frac{٢}{٣}\right)$

٥ أكتب المعكوس الضربي (إن وجد) لكل من الأعداد الآتية:

$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٩}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، -٧ ، $-٢\frac{١}{٢}$ ، ١٢

المستوى الثاني

٦ أحسب ناتج كل مما يأتي:

١) $\frac{١}{٩} \times ٤\frac{١}{٢}$ ٢) $٢\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٧}$ ٣) $\left|\frac{-٣}{٧}\right| \times \left(\frac{-٤}{٣}\right)$

٤) $\frac{٥}{٨} \times \left(-١\frac{١}{١٥}\right)$ ٥) $\frac{-٣}{٤} \times ١\frac{١}{٩}$ ٦) $\left|-١\frac{١}{٢}\right| \times \left|\frac{-٥}{٣}\right|$

٧) $\frac{١٢٥}{١٥} \times \frac{٩}{٧٥}$ ٨) $-١,٢ \times \frac{١٥}{٤}$ ٩) $-٤\frac{٢}{٧} \times \left(-٥\frac{٥}{٦}\right)$

١٠) $٢\frac{٣}{٤} \times \left(-٣\frac{١}{٥}\right)$ ١١) $٣\frac{١}{٨} \times -٣\frac{١}{٥}$ ١٢) $-٤\frac{٢}{٧} \times \left(-٨\frac{١}{٦}\right)$

٧ أكتب خاصية ضرب الأعداد النسبية المستخدمة في كل مما يأتي:

١) $-\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣} \times \left(-\frac{١}{٢}\right)$ ٢) ٠,٨ × صفر = صفر

٣) $-\frac{٣}{٧} \times \left(\frac{-٧}{٣}\right) = ١$ ٤) $\frac{٥}{٤} \times ١ = \frac{٥}{٤}$

٥) $١,٢ \times (٣,٥ \times ٤,٢) = (١,٢ \times ٣,٥) \times ٤,٢$

٦) $\frac{-٧}{٢٠} \times \left(\frac{٥}{٢} \times ٤\right) = \left(\frac{٥}{٢} \times ٤\right) \times \frac{-٧}{٢٠}$

٧) $٣\frac{١}{٢} \times \left[٤\frac{٢}{٣} + ٤\frac{-٢}{٣}\right] = ٣\frac{١}{٢} \times$ صفر = صفر

٨) $\frac{٢}{٣}\left(\frac{٥}{٢} + \frac{٣}{٤}\right) = \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٢} + \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$

٨ أكمل لتصبح العبارة صحيحة في كل مما يأتي:

١) $\frac{٢}{٣} \times \frac{-٤}{٥} = \frac{-٤}{٥} \times$ ...... ٢) $\frac{٢}{٣}\left(٢ + \frac{١}{٢}\right) = \frac{٢}{٣} \times ٢ +$ ....

٣) $\frac{٣}{٧} \times$ ...... = ١ ٤) $\left[\frac{١}{٢} \times \left(-\frac{٢}{٣}\right)\right] \times \frac{١}{٥} = \frac{١}{٢} \times$ ......

٥) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} =$ ...... ٦) $\frac{-٢}{٣} \times$ ...... $= -\frac{٢}{٣}$

٧) $\frac{-٤}{١١} \times$ ...... = ١ ٨) $٣ \times$ ...... $= -٤$

٩) العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو ....

٩ أوجد ناتج كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

① $\frac{١}{٥} + ٢\frac{٢}{٥}$ [٣]　② $١\frac{١}{١٤} + ٤\frac{٢}{٧} -$ [١-]　③ $٥\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٥} -$ [$\frac{٣}{٥}$]

④ $١\frac{٢-}{٣} + ٣\frac{١-}{٣}$ [٣]　⑤ $٠,٢٨ + \frac{١٨}{٢٥}$ [١]　⑥ $(١\frac{١١}{١٥} -) + ٢\frac{٣}{٥}$ [$\frac{٢}{٣}$]

١٠ أوجد ناتج كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

① $\frac{٤}{٥} + (\frac{١}{٦} + \frac{٢}{٣})$ [٠]　② $(\frac{١}{٦} + \frac{٢}{٣}) - (\frac{١}{٢} + \frac{٧}{٤})$ [$\frac{٤-}{٩}$]

③ $(\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}) + (\frac{٥}{٤} + \frac{١}{٢})$ [١]　④ $(\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٦}) + (\frac{٢}{٣} - \frac{٨}{٩})$ [$\frac{٢}{٣}$]

⑤ $(\frac{٧}{١٢} - \frac{٣}{٤}) + (\frac{١}{٢٤} - \frac{٧}{٨})$ [٥]　⑥ $(\frac{٣-}{٨} \times \frac{٢}{٣}) - (\frac{٣}{٤} \times ٥)$ [٤]

⑦ $\frac{٥}{٩} + (\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٩})$ [٢]　⑧ $(\frac{٩-}{١٤}) \div [(\frac{٧}{٥} -) \div \frac{١٢-}{٢٥}]$ [$\frac{٨-}{١٥}$]

⑨ $٦\frac{١}{٩} + (٤\frac{٢}{٣} \times ١\frac{٢}{٣} -)$ [$\frac{٤٤-}{١١}$]　⑩ $(\frac{٣}{٧} -) \times (\frac{٩}{٣٥} \div \frac{١٨-}{٥})$ [٦]

١١ استخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع فى تسهيل إجراء العمليات الآتية :

① $١٦ \times \frac{٤}{٩} + ١١ \times \frac{٤}{٩}$ [١٢]　② $٩ \times \frac{٥}{١٢} + ٣ \times \frac{٥}{١٢}$ [٥]

③ $\frac{٣٥}{٩} \times (\frac{٣-}{٧}) + \frac{٣٥}{٩} \times \frac{٣}{٥}$ [$\frac{٢}{٣}$]　④ $٧ \times \frac{٥}{١٣} + ٤ \times \frac{٥}{١٣} + ٢ \times \frac{٥}{١٣}$ [٥]

⑤ $٥ \times \frac{٥}{٦} + ٤ \times \frac{٥}{٦} + ٣ \times \frac{٥}{٦}$ [١٠]　⑥ $\frac{٤}{٧} + ٢ \times \frac{٤}{٧} + ٤ \times \frac{٤}{٧}$ [٤]

⑦ $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{١٧} + \frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{١٧}$ [$\frac{١}{٢}$]　⑧ $١,٢ \times \frac{٨-}{٢١} + \frac{٤}{٥} \times \frac{٨-}{٢١}$ [$\frac{٤-}{٥}$]

⑨ $\frac{١٠}{١٢} - \frac{٤}{٥} \times \frac{١٠}{١٢} + \frac{٢}{٥} \times \frac{١٠}{١٢}$ [$\frac{١}{٢}$]　⑩ $(\frac{٣-}{٧}) + (\frac{٣-}{٧}) \times ٥ + ٨ \times \frac{٣-}{٧}$ [٦-]

١٢ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

① $\frac{٥}{٧} = \text{س} \times \frac{٥}{٧}$　② $١ = \frac{١٧}{٣} \times \text{س}$

③ $\text{صفر} = \text{س} \times \frac{٧}{٣} -$　④ $\text{س} = \frac{٣}{٧} - \times \frac{٧}{٣} -$

⑤ $\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٥} - = \text{س} \times \frac{٣}{٥}$　⑥ $\frac{٢-}{٥} \times \frac{٣}{٤} = \text{س} \div \frac{٣}{٤}$

⑦ $(\frac{٣-}{٥}) \times ٥ + \frac{١}{٢} \times \text{س} = [(\frac{٣-}{٥}) + \frac{١}{٢}]\ \text{س}$

١٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① إذا كان $\text{أ} \times \frac{\text{ب}}{٢} = \frac{\text{أ}}{٢}$ فإن ب = ...

[صفر ، أ ، ١ ، أ-]

② إذا كان $\frac{\text{س}}{٢} - ٤ = ٦$ فإن $\frac{\text{س}}{٢} + \frac{٢}{٣}$ = ...

[١ ، $\frac{٣٢}{٣}$ ، ١٠ ، $\frac{٢\text{س}}{٩}$]

③ إذا كان ٤ س − ص = ١١ ، ص = ٣ س فإن س = ...

[$\frac{١}{١١}$ ، $\frac{٧}{١١}$ ، $\frac{١١}{٧}$ ، ١١]

④ إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = ١$ فإن ٢ س − ٢ ص = ...

[٠ ، ١ ، ٢ ، ٤]

⑤ إذا كان س + $\frac{١}{٤}$ معكوس جمعى للعدد $\frac{٣}{٤}$ فإن س = ...

[١ ، ١- ، $\frac{١}{٤}$- ، $\frac{٣-}{٤}$]

⑥ إذا كان $\frac{\text{س}-}{٢} = ٤$ فإن س = ...

[١ ، ٤ ، ٨ ، $\frac{١}{٢}$]

⑦ إذا كان $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{٣}{٢}$ فإن س = ...

[$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١-}{٢}$ ، ٣ ، ٣-]

⑧ إذا كان (س − ١) معكوس ضربى للعدد $\frac{١}{٣}$ فإن س = ...

[٣ ، ٤ ، $\frac{١}{٣}$ ، $١\frac{١}{٣}$]

(٩) إذا كان س + $\frac{٢}{س}$ = ٥ + $\frac{٢}{٥}$ فإن س = ...

[$\frac{١}{٥}$ أو $\frac{١}{٥}$ أو $\frac{٥}{٢}$ أو ٥]

(١٠) إذا كان ٥ أ = ١٥ ، ب أ = ١ فإن ب = ...

[$\frac{١}{١٥}$ أو $\frac{١}{٩}$ أو $\frac{١}{٥}$ أو ٩]

(١١) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{٣س}{٢ص}$ = ...

[$\frac{١}{٣}$ أو ١ أو $\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{٩}{٤}$]

(١٢) إذا كان $\frac{٣}{٧}$ س = ٤٢ فإن $\frac{٥}{٧}$ س = ...

[٧٠ أو ٤٥ أو ٣٠ أو ١٠]

---

(١٤) أوجد عدد نسبياً يقع في منتصف المسافة بين :

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ [$\frac{٨}{١٥}$] (٢) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$ [$\frac{٧}{١٦}$]

(٣) $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{١٧}{٦}$ [$\frac{٦١}{٢٤}$] (٤) ١ $\frac{١}{٥}$ ، ٣ $\frac{١}{٣}$ [$\frac{٣٢}{١٥}$]

(٥) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٤}{٩}$ (٦) $\frac{٧}{١١}$ ، $\frac{٣}{٤}$

(٧) −٤ $\frac{٣}{٥}$ ، −٥ $\frac{٥}{٩}$ (٨) −٤ $\frac{٣}{٧}$ ، ٨ $\frac{١}{٣}$

---

(١٥) أوجد عدد نسبياً يقع :

(١) عند ثلث المسافة بين $\frac{٤}{٧}$ ، ١ $\frac{٣}{٤}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{٢٧}{٢٨}$]

(٢) عند ثلث المسافة بين − $\frac{١}{٥}$ ، − $\frac{٤}{٥}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-٢}{٥}$]

(٣) عند ربع المسافة بين $\frac{٢}{٣}$ ، ١ $\frac{٣}{٧}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{٢٦}{٢١}$]

(٤) عند ربع المسافة بين − $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{-٧}{٨}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-١٩٧}{٢٨٨}$]

(٥) عند ربع المسافة بين $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{-١٧}{٢٤}$]

(٦) عند خمس المسافة بين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{٩}{١٠}$]

(٧) عند خمس المسافة بين $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-٤٩}{٧٥}$]

(٨) عند خمس المسافة بين − $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{-٧}{٨}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{-١٩}{٧٢}$]

---

(١٦) إذا كانت س = $\frac{٣}{٤}$ ، ص = −٢ ، ع = $\frac{-٢}{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

(١) س ص ع + $\frac{٢}{٣}$ [$\frac{٥}{٣}$] (٢) س ص + س ع [−٢]

(٣) $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{١}{٤}$ ص + $\frac{٣}{٨}$ ص ع [$\frac{٥}{٤}$] (٤) (س + ص) × (ص − ع) [$\frac{٥}{٣}$]

---

(١٧) (١) إذا كانت س = $\frac{١}{٣}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ ، ع = $\frac{-٥}{٢}$ فأوجد قيمة (س + ص) ÷ ع [$\frac{-١}{٣}$]

(٢) إذا كانت س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{-١}{٣}$ فأوجد قيمة (س + ص) ÷ (س − ص) [$\frac{١}{٥}$]

---

(١٨) إذا كانت أ = $\frac{٣}{٤}$ ، ب = $\frac{-٥}{٢}$ فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من :

(١) $\frac{أ}{ب}$ [$\frac{-٣}{١٠}$] (٢) $\frac{أ - ب}{أ + ب}$ [$\frac{-١٣}{٧}$]

مسائل المتفوقين

(١٩) اختصر لأبسط صورة حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ :

(١) $\left(\frac{٧س}{١٢ص} - \frac{٥س}{٤ص} \right) \times \left(\frac{٣ص}{٢س} - \frac{٣ص}{٨س} \right)$ [$\frac{-٣}{٤}$]

(٢) $\left[\frac{٥}{٨} \left(\frac{٦}{٥} س - ٤ص \right) - \frac{٣}{٢} \left(٢س - \frac{٥}{٣} ص \right) \right] \div \left[٢س - \frac{٧}{٨} س \right]$ [−٢]

---

(٢٠) أوجد العدد الذي إذا قسم على ناتج $\left(\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٢} \right) \div \left(\frac{٣}{٤} - \frac{٥}{١٢} \right)$ كان الناتج ١ $\frac{١}{٢}$

[$\frac{٣}{٤}$]

اختبارات مراجعة على ما سبق

نموذج (١) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١ أكمل ما يأتي : (١٢ درجات)

(١) $|-3| - |-2| = $ ....

(٢) ٨ ، -٤ ، ٢ ، ...... ، ...... ، ...... ، $\frac{1}{8}$ (بنفس التسلسل)

(٣) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون موجباً إذا كان ....

(٤) إذا كان $\frac{11}{\text{س} + 5}$ عدد نسبي فإن س ≠ ....

(٥) المعكوس الضربي للعدد $\frac{-3}{5}$ هو ....

(٦) العدد ٠,٣ في صورة نسبة مئوية هو ....

٢ (٦ درجات)

(١) **استخدم** خاصية التوزيع لإيجاد قيمة : $\frac{5}{7} \times 3 + \frac{5}{7} \times 4$

(٢) **أوجد** عددين نسبيين يقعان بين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{4}$

٣ أوجد ناتج كل مما يأتي : (١٢ درجات)

(١) $\frac{3}{8} + \frac{9}{16}$

(٢) $3\frac{1}{2} - (-2\frac{1}{9})$

(٣) $(\frac{1}{2} + \frac{9}{14} + \frac{-6}{7}) + \frac{6}{21}$

نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (١٢ درجات)

(١) إذا كان $\frac{\text{س}}{15} = \frac{4}{5}$ فإن س = ... [٨٠ ، ١٢ ، $\frac{75}{4}$ ، $\frac{3}{4}$]

(٢) المعكوس الضربي للعدد $\frac{\text{صفر}}{3}$ هو ......
[صفر ، ليس له معكوس ضربي ، $\frac{3}{\text{صفر}}$ ، $\frac{1}{3}$]

(٣) $(-5)^{\text{صفر}} = $ .... [صفر ، ١ ، -٥ ، ٥]

(٤) العدد الصحيح الذي يقع بين $\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ هو .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

(٥) $\frac{-12}{8}$ .... $\frac{8}{-12}$ [≤ ، < ، > ، =]

(٦) $\frac{5}{11} = $ .... على صورة عدد عشري دوري
[٠,٤٥ ، $0.4\dot{5}\dot{4}$ ، $0.\dot{4}\dot{5}$ ، $0.0\dot{4}\dot{5}$]

٢ أكمل ما يأتي : (٦ درجات)

(١) العدد $\frac{3}{\text{س} - 4}$ نسبياً إذا كان س ≠ ....

(٢) إذا كان $\frac{3}{5} \times \text{س} = \frac{-4}{5} \times \frac{3}{5}$ فإن س = ...

(٣) العدد النسبي $\frac{أ}{3}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان أ ....

(٤) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{4}{5}$ هو ....

(٥) $\frac{2}{3} \times (2 + \frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times$ ....

(٦) $-(|-6| + |-1|) = $ ....

٣ (١٢ درجات)

(أ) **احسب ناتج :**

(١) $[\frac{2}{9} + (-\frac{4}{9})] + (-\frac{3}{9})$

(٢) $1\frac{3}{4} - (-2\frac{1}{2})$

(ب) **أيهما** أكبر ٠,٣ أم $\frac{1}{3}$ و **أوجد** الفرق بينهما ثم **أوجد** ثلاثة أعداد نسبية تقع بينهما

(جـ) **استخدم** خواص الضرب لتسهيل إيجاد ناتج : $-\frac{3}{7} \times 9 + 4 \times (\frac{-3}{7}) + (\frac{-3}{7})$

الوحدة الثانية

الجبر

الوحدة الثانية

الحدود والمقادير الجبرية

الرياضيات : هى لغة الرموز فنحن نستخدم الرموز المختلفة لنعبر عن أعداد أو أشياء مختلفة لتدل عليها

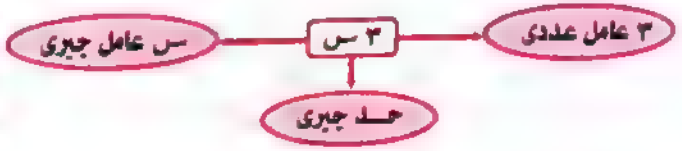
فمثلاً :

يمكن التعبير عن تفاحة بالرمز الجبرى أ أى بدلاً من استخدام كلمة تفاحة نستخدم بدلاً منها حرف واحد للسهولة نسميه رمز جبرى يدل عليها أو يعبر عنها وعلى ذلك فإن ثلاث تفاحات تعنى ٣ أ أى أن أ + أ + أ = ٣ أ وهى تعنى ٣ × أ وتسمى حداً جبرياً و تتكون من جزئين ٣ ، أ و كل منهما يسمى عامل

تعريف

الحد الجبرى : هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

فمثلاً : ٣ س حداً جبرياً يتكون من عاملين الأول ٣ و يسمى عامل عددى (أو معامل الحد الجبرى) والعامل الثانى س ويسمى عامل جبرى (أو العامل الرمزى)



$٧ س^{٢}$ حداً جبرياً يتكون من ٣ عوامل هى ٧ ، س ، س

ملاحظة

- س حد جبرى لا يتكون من عامل واحد ولكن يتكون من عاملين هما ١ ، س

$٢ س^{٢}$ حد جبرى يتكون من ثلاثة عوامل هى ٢ ، س ، س

تعريف

درجة الحد الجبري : هي مجموع أسس العوامل الجبرية المكونة لهذا الحد

مثلاً : الحد الجبري ٢ أ من الدرجة الأولى لأن أس الرمز أ يساوي ١

الحد الجبري ٧ س^{٢} من الدرجة الثانية لأن أس الرمز س يساوي ٢

الحد الجبري -٢ س ص من الدرجة الثانية لان مجموع أسس س ، ص يساوي ٢

لاحظ أن :

أي عدد يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر ويسمى بالحد المطلق فالعدد ٦ حد جبري من الدرجة صفر لأنه يمكن كتابته على الصورة ٦ س^{صفر} (حيث س^{صفر} = ١)

تعريف

المقدار الجبري : هو ما تكون من حد أو أكثر

درجة المقدار الجبري : هي أعلى درجة للحدود الجبرية المكونة له

مثلاً : أ + ٢ ب^{٢} مقدار جبري يتكون من حدين و هو من الدرجة الثانية لأن أعلى درجة لحدوده هي ٢ و هي درجة الحد ٢ ب^{٢}

٢ أ ب + ٢ أ ب^{٢} - ب^{٢} + ٥ مقدار جبري يتكون من ٤ حدود و هو من الدرجة الثالثة لأن أعلى درجة لحدوده هي ٣ و هي درجة الحد ٢ أ ب^{٢}

أمثلة توضيحية

مثال ١ اكتب معامل ودرجة وعدد عوامل كل حد مما يأتي :

٢ س ص ، -٣ س ص^{٢} ، س^{٢} ص^{٢} ، س

الحل

الحد ٢ س ص	معامله ٢	ودرجته الثانية	وعدد عوامله ٣
الحد -٣ س ص^{٢}	معامله -٣	ودرجته الثالثة	وعدد عوامله ٤
الحد س^{٢} ص^{٢}	معامله ١	ودرجته الرابعة	وعدد عوامله ٥
الحد س	معامله ١	ودرجته الأولى	وعدد عوامله ٢

مثال ٢ اكتب معامل ودرجة وعدد عوامل كل حد في المقدار الجبري الآتي :

٤ س^{٣} - ٥ س^{٢} + ٢ س + ٧ ثم أوجد درجة المقدار الجبري

الحل

الحد ٤ س^{٣}	معامله ٤	ودرجته الثالثة	وعدد عوامله ٤
الحد -٥ س^{٢}	معامله -٥	ودرجته الثانية	وعدد عوامله ٣
الحد ٢ س	معامله ٢	ودرجته الأولى	وعدد عوامله ٢
الحد ٧	معامله ٧	ودرجته الصفر	و عدد عوامله ١ ويسمى الحد المطلق

والمقدار الجبري من الدرجة الثالثة (لأن أعلى درجة لحدوده هي الدرجة الثالثة)

مثال ٣ رتب المقدار الجبري ٢ - ٧ س^{٢} + ٣ س + ٦ س^{٣}

الحل

لاحظ أن ترتيب المقدار الجبري يكون حسب أسس أحد الرموز الجبرية الموجود في المقدار ويكون ترتيب تنازلي أو ترتيب تصاعدي ويفضل الترتيب التنازلي في الحلول

ترتيب تنازلي حسب أسس س : ٦ س^{٣} - ٧ س^{٢} + ٣ س + ٢

ترتيب تصاعدي حسب أسس س : ٢ + ٣ س - ٧ س^{٢} + ٦ س^{٣}

لاحظ أنه عند الترتيب فإن كل حد يحتفظ بإشارته

مثال ٤ رتب المقدار ٢ س^{٣} ص + ٣ ص^{٤} - ٥ س ص^{٣} + ٤ س^{٢} ص^{٢}

(١) حسب أسس س التنازلية (٢) حسب أسس ص التنازلية

الحل

(١) حسب أسس س التنازلية : ٢ س^{٣} ص + ٤ س^{٢} ص^{٢} - ٥ س ص^{٣} + ٣ ص^{٤}

(٢) حسب أسس ص التنازلية : ٣ ص^{٤} - ٥ س ص^{٣} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٢ س^{٣} ص

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الجدول الآتى لإيجاد معامل كل حد جبرى ودرجته وعدد عوامله :

الحد	$٢س$	$-٢أ$	$س^٤$	$٢أب$	$٤أب^٢$	$٥أ^٢ب^٢$	-٧	$(-٢)^٢$	$٢أ^٢ب$
معامله									
درجته									
عدد عوامله									

تدريب (٢)

رتب المقادير الجبرية الآتية تنازلياً مرة و تصاعدياً مرة حسب أسس الرمز س :

① $٥س + ٣س^٢ + ٧$ ② $٢س^٢ص^٢ + ٤س^٣ص - س ص^٣$

الحل

① تنازلياً : .... + ... + ...

تصاعدياً : ٧ + ... + ...

② تنازلياً : $٤س^٣ص$ ... .

تصاعدياً : ....

تمارين (٦) على الحدود والمقادير الجبرية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك — $\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

(١) (أ) أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① $(-\frac{١٨}{٥} \div \frac{٩}{٣٥}) \times (\frac{-٣}{٧}) = ...$ [-١٤ ، -٦ ، ٦ ، $\frac{٣}{٢}$]

② العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ هو ....

[$\frac{٧}{١٥}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ ، $\frac{١٧}{٣٠}$ ، $\frac{٤}{٥}$]

③ إذا كان $أ \times \frac{ب}{٢} = \frac{أ}{٢}$ فإن ب = ... [أ ، ١ ، -١ ، $\frac{أ}{٢}$]

④ $٢\frac{١}{٢} - (-١\frac{١}{٦}) = ...$ [$٣\frac{١}{٣}$ ، $١\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{١١}{٣}$]

٤ درجات

(ب) ① باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج $٩ \times \frac{٥}{١٧} + ٨ \times \frac{٥}{١٧}$

....

② أوجد عددين نسبيين يقعان بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$

....

....

٣ درجات ....

(هـ) إذا كان $س = -\frac{١}{٣}$ ، $ص = \frac{٣}{٤}$ ، $ع = -٣$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

① س ص + ص ع ② س ص ÷ ع

....

....

....

٣ درجات ....

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتي :

(١) الحد الجبري ٣ س^{٢} معامله هو .... و درجته هي ....

(٢) الحد الجبري ٢ س ص معامله هو .... و درجته هي ....

(٣) الحد الجبري س معامله = ... و درجته هي ....

(٤) درجة الحد المطلق في أي مقدار جبري هي ....

(٥) عدد عوامل الحد الجبري ٢ أ ب^{٢} هو .... و درجته ....

(٦) عدد عوامل الحد الجبري ٣ س^{٢} هو .... و درجته ....

(٧) المقدار الجبري ٣ س^{٢} + ٥ س + ٧ من الدرجة .... وعدد حدوده ....

(٨) المقدار الجبري ٢ س^{٢} ص + ٣ س ص^{٢} + ٥ س^{٢} ص^{٢} من الدرجة ....

(٣) أكمل الجدول الآتي :

الحد الجبري	معامله	درجته	عوامله	عدد عوامله
−٧	....	....	....	....
٢ أ ب^{٢}	....	١ + ٢ = ٣	٢ ، أ ، ب ، ب	....
٧ أ ب^{٣} هـ	....	....	....	....
−٨ س^{٢} أ	....	....	....	....
س ص^{٢}	....	....	....	....

(٤) أكمل الجدول الآتي :

المقدار الجبري	عدد حدوده	اسم المقدار الجبري	درجته
٣ س^{٢} + ص	....	مقدار ذو حدين	....
٥ س^{٢} − ٧ س + ٤	....	مقدار ثلاثي	....
٢ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} − أ^{٢} ب^{٢}	....	....	....
س^{٢} ص^{٢} − ٣ س ص^{٤}	....	....	....
أ^{٢} ب − ٣ أ ب^{٣} + ٢ أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٤}	....	....	....

مسائل المستوى الثاني

(٥) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) الحد الجبري ٤ أ ب^{٢} من الدرجة ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٢) عدد عوامل الحد الجبري ٢ أ ب^{٢} هو ....
[١ أ، ٢ أ، ٣ أ، ٤]

(٣) معامل الحد الجبري −٤ س ص هو ....
[٤ أ، −٤ أ، ٤ س أ، ٤ ص]

(٤) المقدار ٣ س^{٣} + ٤ س ص^{٢} + ٢ س^{٢} ص^{٢} من الدرجة ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٥) معامل الحد الجبري ٢ أ^{٣} ب^{٤} هـ^{٥} هو ....
[٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ١٢]

(٦) درجة المقدار الجبري ٢ س + ٣ ص^{٢} هي ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٧) عدد عوامل الحد الجبري س هو ....
[صفر أ، ١ أ، ٢ أ، ٣]

(٨) المقدار أ^{٤} ب هـ^{٣} − ٣ أ^{٢} ب^{٢} هـ^{٢} + أ^{٣} ب^{٣} هـ مرتب تنازلياً حسب قوى الرمز ....
[أ أ، ب أ، هـ أ، غير ذلك]

(٩) درجة الحد الجبري س^{٤} ص تساوي درجة الحد الجبري ....
[س^{٣} ص^{١} أ، س^{٢} ص^{٣} أ، س^{٤} ص^{٢} أ، ص^{٤} س^{٢}]

(١٠) إذا كانت درجة الحد الجبري أ^{٢} ب^{ن} هي ٦ فإن ن = ...
[٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ٦]

(٦) اذكر معامل و درجة كل حد جبري ثم اذكر عدد عوامله في كل مما يأتي :

(١) ٥ س (٢) ٥ س^{٢} (٣) −٣ أ^{٢} (٤) ٢ س ص

(٥) س^{٣} (٦) س ص^{٢} (٧) أ^{٢} ب^{٢} (٨) ٤ س^{٢} ص

(٩) −٢ أ ب^{٢} (١٠) ٢ س ص ع (١١) ٧ أ ب هـ^{٢} (١٢) ٣ أ^{٢} ب

٧ عين درجة كل من المقادير الجبرية الآتية :

① $٢ س + ٣$ ② $٣ س^{٢} - ٢ س$

③ $٣ س^{٢} - س^{٢}$ ④ $٢ + ٤ ص^{٢} - ٥ ص$

⑤ $٢ أ ب^{٢} + ٣ أ^{٢} ب + ٥$ ⑥ $٢ س ص^{٢} + ٤ س^{٣} ص^{٤} + ١٢ س^{٦}$

٨ رتب كلاً من المقادير الآتية مرة تنازلياً ومرة تصاعدياً حسب أسس الرمز أ :

① $٢ + ٣ أ^{٢} - ٥ أ$ ② $٥ أ + أ^{٢} - ٧ + أ^{٣}$

③ $٣ أ + ٤ - ٢ أ^{٣} + ٣ أ^{٢}$ ④ $٧ + ٢ أ^{٤} - ٣ أ + ٥ أ^{٣} - ٤ أ^{٢}$

⑤ $أ^{٣} ب^{٢} + ٣ أ ب^{٤} - ٢ أ^{٤} ب + ٧ أ^{٢} ب^{٣}$ ⑥ $٤ أ^{٣} ب^{٢} + ٦ أ^{٤} ب - ٩ أ ب^{٤} - ٧ أ^{٢} ب^{٣}$

⑦ $أ^{٤} ب + أ ب^{٥} + أ^{٣} ب^{٣} + أ^{٢} ب^{٤}$ ⑧ $٧ أ ب + ٥ أ^{٥} ب^{٣} - ٣ أ^{٢} ب^{٥}$

مسائل المتفوقين

٩ أذكر معامل ودرجة الحد الجبرى $٢^{٣}$

١٠ أكمل ما يأتى :

① الحدان الجبريان $٢ أ^{٣} ب^{م+١}$ ، $٣ أ^{ن} ب^{٦}$ من الدرجة التاسعة

فإن ن = ... ، م = ...

② إذا كانت درجة الحد الجبرى $٣ س^{٢} ص^{٢}$ هى درجة الحد الجبرى $٢ أ^{ن}$

فإن ن = ...

١١ فى الشكل المقابل :

اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر

عن مساحة المنطقة المظللة

ثم اذكر درجته

مساحة الدائرة = π $نق^{٢}$

الحدود الجبرية المتشابهة

تعريف

تشابه الحدود الجبرية : هو تشابه الرموز الجبرية المكونة لعواملها بالإضافة إلى تساوى أسس هذه الرموز بغض النظر عن المعاملات العددية للحدود

فمثلاً : الحدود الجبرية المتشابهة مثل أ ، ٢ أ ، ٦ أ

أو $س^{٢} ص$ ، $٤ س^{٢} ص$ ، $- ٣ ص س^{٢}$

والحدود الجبرية الغير متشابهة مثل ٢ أ ، $٣ أ^{٢}$ ، $أ^{٣}$ (غير متشابه لاختلاف الأسس)

أو $أ ب^{٢}$ ، $٢ س^{٢} ص$ ، $جـ^{٢} ء^{٢}$ (غير متشابه لاختلاف الرموز الجبرية)

إختصار المقدار الجبرى

اختصار المقدار الجبرى : يعنى وضع المقدار الجبرى فى أبسط صورة وذلك عن طريق جمع الحدود المتشابهة

وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :

أمثلة توضيحية

مثال ١ اجمع الحدود الجبرية فى كل مما يأتى :

① ٢ أ ، ٤ أ ، - ٣ أ ، أ

② $٥ ب^{٢}$ ، $- ٣ ب^{٢}$ ، $ب^{٢}$

③ $٤ س ص^{٢}$ ، $٣ س ص^{٢}$ ، $س ص^{٢}$ ، $- ٦ س ص^{٢}$

الحل

(١) حاصل الجمع = ٢أ + ٤أ + (−٣أ) + أ

= (٢ + ٤ − ٣ + ١) أ = ٤أ

(٢) حاصل الجمع = ٥ب^{٢} + (−٣ب^{٢}) + ب^{٢}

= (٥ − ٣ + ١) ب^{٢} = ٣ب^{٢}

ملاحظة

عند جمع أو طرح الحدود المتشابهة فإننا نجمع أو نطرح معاملات الحدود أما الرموز الجبرية فتظل كما هى

(٣) حاصل الجمع = ٤ س ص^{٢} + ٣ س ص^{٢} + س ص^{٢} + (−٦ س ص^{٢})

= (٤ + ٣ + ١ − ٦) س ص^{٢} = ٢ س ص^{٢}

مثال ٢ **اختصر** ما يأتى إلى أبسط صورة :

(١) ٢أ + ٥ب + ٤أ − ٣ب　　(٢) ٤س^{٢} − ٦س − ٥س^{٢} + ٤س + ٣س^{٢}

الحل

لاحظ أن كل مقدار يحتوى على مجموعتين من الحدود المتشابهة لذلك يجب فصلهما عن بعضهما باستخدام خاصيتى الإبدال والدمج

لاحظ أن

٦أ + ٢ب ≠ ٨أب

لأنه لا يمكن جمع حدود غير متشابهة

(١) المقدار = ٢أ + ٥ب + ٤أ − ٣ب

= (٢أ + ٤أ) + (٥ب − ٣ب) = ٦أ + ٢ب

(٢) المقدار = ٤ س^{٢} − ٦ س − ٥ س^{٢} + ٤ س + ٣ س^{٢}

= (٤س^{٢} − ٥س^{٢} + ٣س^{٢}) + (−٦س + ٤س)

= ٢ س^{٢} − ٢ س

مثال ٣ **اختصر** ما يأتى إلى أبسط صورة :

(١) ٣ س + ٤ ص + ٢ س − ٣ ص − ٤ س

(٢) ٢س ص^{٢} + ٣س^{٢}ص − ٧س ص^{٢} + ٤س^{٢}ص

الحل

(١) المقدار = (٣س + ٢س − ٤س) + (٤ص − ٣ص) = س + ص

(٢) المقدار = (٢س ص^{٢} − ٧س ص^{٢}) + (٣س^{٢}ص + ٤س^{٢}ص)

= −٥س ص^{٢} + ٧س^{٢}ص

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج كل مما يأتى :

(١) ٢س + ٣س = ...　　(٢) ٥أ^{٢} − ٤أ^{٢} = ...

(٣) ٢أ + ٣أ + أ = ...　　(٤) ٢س^{٢} + ٤س^{٢} − ٥س^{٢} = ...

تدريب (٢)

أكمل ما يأتى لاختصار المقدار الجبرى إلى أبسط صورة :

٣أ − ٢ب + ٤أ − ٢أ + ٧ب − ب

الحل

المقدار = ٣أ − ٢ب + ٤أ − ٢أ + ٧ب − ب　(نجمع كل مجموعة حدود متشابهة مع بعضها)

= (٣أ + ... − ......) + (−٢ب ....) = ...

اطلب الماهـــر فى الرياضيات للمرحلة الإبتدائية

يحتوى على شرح كامل بالتفصيل يساعد ولى الأمر على الفهم ويساعد المعلم على الشرح ويساعد الطالب على التدريب

يسعدنا تلقى مقترحاتكم على موقعنا www.elmaher.org

على الوحدة الجبرية التراكمية

أولاً : أكمل ما يأتي :

أ) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، .... (بنفس التسلسل)

ب) إذا كان الحد الجبري ٣ س^ل من الدرجة الرابعة فإن ل = ...

ج) $(-\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} \div ٤) \div ١\frac{١}{٤} =$ ....

د) درجة المقدار ٢ س^٢ + ٥ س ص^٢ + ٣ ص^٢ هي ....

ب) ١) باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة $\frac{٢}{٥} \times ٨ - \frac{٢}{٥} \times ٢ + \frac{٢}{٥} \times ٤$

....

....

٢) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $-\frac{١}{٥}$ ، $-|\frac{-١}{٤}|$

....

....

ج) ١) أوجد العدد النسبي الذي يقع في ربع المسافة بين $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ من جهة اليسار

....

....

٢) أوجد في أبسط صورة ناتج $(-١\frac{١}{٢} \times ٣\frac{١}{٣}) \div ٤\frac{٣}{٨}$

....

....

أولاً : أكمل ما يأتي :

أ) ٢ س + ٤ س = ...

ب) س + ٣ س = ...

ج) ١٤ أ - أ = ...

د) ٢١ أ + ١٣ أ - أ = ...

هـ) -٣ س - ٥ س = ...

و) ٢ أ^٢ + ٥ أ^٢ = ...

ز) -٤ س^٢ + س^٢ = ...

ح) ٢ أ ب + ٦ أ ب = ...

ثانياً : أكمل الجدول الآتي :

الحدود الجبرية	الحدود المتشابهة	الحدود غير المتشابهة
-٢ س ، ٢ س ص ، س ، - ص	-٢ س ، س	....
- أ ب^٢ ، ٢ أ^٢ ب ، ٣ ب^٢ أ ، - أ ب	....	٢ أ^٢ ب ، - أ ب
س^٢ ص^٢ ، س ص^٢ ، -٣ س^٢ ص^٢	....	....
٣ أ^٢ ، -٤ أ^٢ ، أ^٢ ، -٣ أ^٢	....	....

ثالثاً : أوجد ناتج ما يأتي :

أ) ٢ س + ٣ س

ب) ٤ ص - ٢ ص

ج) ١٤ أ - ١٩ أ

د) -٣ س - ٥ س

هـ) ٢ س ص + ٣ ص س

و) ٣ ب^٢ + ٥ ب^٢

ز) ١٤ أ + ١٣ أ + ١٥ أ + ١٨ أ

ح) ١٨ أ - ١٧ أ + ١٤ أ - ١٩ أ

ط) ٢ ل - ٧ ل - ٤ ل + ٦ ل - ل

ي) ٥ م ل - ٤ م ل - ٢ ل م + ٤ م

مسائل المستوى الثانى

(٥) أكمل ما يأتى :

① ٣ أ − ب + ٢ أ + ٤ ب = ...

② ٢ س + ٣ ص − ٤ س − ٢ ص = ...

③ ٣ ل − ٢ م − ل + ٢ م = ...

④ ٤ م + ٣ ن − ٤ م − ٣ ن = ...

⑤ س + ٣ ص − ٢ س + ٤ ص = ...

⑥ ٢ أ^{2} − ٣ ب^{2} + ٤ أ^{2} + ٦ ب^{2} = ...

⑦ أ − ٢ ب + ٣ أ + ب − ٣ أ + ٢ ب = ...

⑧ ٣ أ ب^{2} − ٤ أ^{2} ب + ٢ أ ب^{2} − أ^{2} ب = ...

(٦) اختصر كلاً من المقادير الآتية إلى أبسط صورة :

① ٢ أ + ٣ ب + أ − ب

② ٤ س + ٨ ص + ٢ س − ٥ ص

③ ٢ أ + ٧ + ٣ أ − ٢

④ ٣ أ − ٤ − أ − ٦

⑤ ٦ أ − ب + ٢ أ + ٣ ب − ٤ أ

⑥ ٥ أ − ٦ ب − ٣ أ + ٢ ب − ٢ أ

⑦ أ^{2} + ٤ أ − ٥ + ٣ أ^{2} − ٦ أ + ١

⑧ ٢ س^{3} + ٣ س^{2} + ٤ س^{3} − ٥ س^{2}

⑨ ٥ س^{2} − ٢ س + ٨ − ٧ س − ٢ + س^{2}

⑩ ٣ س^{2} ص − ٢ س ص^{2} − س^{2} ص − ٤ س^{2} ص + ٤ س ص^{2}

⑪ ٣ س^{2} ص + ٤ س ص^{2} − ٢ ص^{2} + ٣ + س^{2} ص + ٣ ص^{3} − ٤

مسائل المتفوقين

(٧) ① إذا كان أ + ب = ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار ٤ أ − ٩ ب − ٥ أ + ٨ ب [−٢]

② إذا كان الحدان الجبريان ٣ أ^{2} ب$^{ن+2}$ ، أ^{2} ب^{5} متشابهان فأوجد قيمة ن

③ درجة المقدار الجبرى (٢ أ ب − ب^{2}) + ب^{2} + ١ هى ....

ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

ضرب الحدود الجبرية

عند ضرب عدة حدود جبرية تتبع الخطوات التالية :

① نضرب إشارات الحدود الجبرية تبعاً للقواعد التى درست فى الأعداد الصحيحة

② نضرب معاملات الحدود

③ نضرب العوامل الرمزية ذات الأساسات المتشابهة و ذلك بجمع أسسها مع ملاحظة أن العوامل الرمزية غير المتشابهة تكتب كما هى

مثلاً : عند ضرب −٢ أ × ٣ أ^{2} فإننا نضرب المعاملان (−٢ × ٣) ثم نضرب الرموز المتشابهة أ × أ^{2} فتصبح −٢ أ × ٣ أ^{2} = (−٢ × ٣) × (أ × أ^{2}) = −٦ أ$^{1+2}$ = −٦ أ^{3}

لاحظ أن

عند ضرب العوامل الجبرية فإننا نكتب نفس الأساس المتشابه ونجمع الأسس

أى أن أ^{2} × أ^{3} = أ$^{2+3}$ = أ^{5} ، أ^{2} ب^{3} × أ^{4} ب^{3} = أ$^{2+4}$ ب$^{3+3}$ = أ^{6} ب^{6}

قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر

لقسمة حد جبرى على حد جبرى آخر تتبع الخطوات التالية :

① نقسم إشارات الحدين الجبريين (المقسوم والمقسوم عليه)

② نقسم معامل المقسوم على معامل المقسوم عليه

③ نقسم العوامل الرمزية ذات الأساسات المتشابهة و ذلك بطرح أسسها مع ملاحظة أن العوامل الرمزية غير المتشابهة تكتب كما هى

مثلاً : عند قسمة = $\frac{-٦ أ^{٣} ب^{٥}}{-٢ أ^{٢} ب^{٣}}$ فإننا نقسم الأشارات و الأعداد (المعاملات)

أى $-٦ \div (-٢)$ ثم نقسم الرموز المتشابهة أى $(أ^{٣} \div أ^{٢})$ ثم $(ب^{٥} \div ب^{٣})$

فتصبح $\frac{-٦ \quad أ^{٣} \quad ب^{٥}}{-٢ \quad أ^{٢} \quad ب^{٣}} = ٣ \; أ^{٣-٢} ب^{٥-٣} = ٣ أ ب^{٢}$

لاحظ أن

عند قسمة العوامل الجبرية فإننا نكتب نفس الأساس المتشابه و نطرح الأسس

أى أ $أ^{٦} \div أ^{٣} = أ^{٦-٣} = أ^{٣}$ ، $\frac{أ^{٦} ب^{٢}}{أ^{٣} ب} = أ^{٦-٣} ب^{٢-١} = أ^{٣} ب$

تذكر أن

درست فى العام السابق ما يلى :

- محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢
- مساحة المستطيل = الطول × العرض
- محيط المربع = طول الضلع × ٤
- مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
- حجم متوازى المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع
- المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع
- المساحة الكلية لمتوازى المستطيلات = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين
- حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه
- المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه × ٤
- المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه × ٦

أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد ناتج ضرب كلاً مما يأتى :

① $٢أ \times ٣ب$ ② $-٢أب \times ٣أ$

③ $٢س ص^{٢} \times ٤س^{٢} ص^{٣} ع$ ④ $٢أب^{٢} \times -٣أب هـ \times -أ^{٢} هـ$

الحل

① $٢أ \times ٣ب = (٢ \times ٣) \times (أ \times ب) = ٦أب$

② $-٢أب \times ٣أ = (-٢ \times ٣) \times (أ \times أ) \times ب = -٦ \times أ^{١+١} \times ب = -٦أ^{٢}ب$

③ $٢س ص^{٢} \times ٤س^{٢} ص^{٣} ع = ٨ \times س^{١+٢} \times ص^{٢+٣} \times ع = ٨س^{٣} ص^{٥} ع$

④ $٢أب^{٢} \times -٣أب هـ \times -أ^{٢} هـ = ٦أ^{٤} ب^{٣} هـ^{٢}$ (نفس الطريقة السابقة [illegible])

مثال ٢ أوجد خارج قسمة $١٢س^{٥}$ على $٤س^{٢}$

الحل

$\frac{١٢س^{٥}}{٤س^{٢}} = ٣س^{٥-٢} = ٣س^{٣}$

لاحظ أن

قسمنا المعاملات ثم قسمنا العوامل الرمزية المتشابهة بطرح الأسس

مثال ٣ أوجد خارج قسمة $٨س^{٣} ص^{٤} ع^{٢}$ على $-٢س^{٢} ص^{٢} ع^{٢}$

الحل

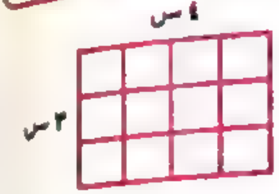
$\frac{٨س^{٣} ص^{٤} ع^{٢}}{-٢س^{٢} ص^{٢} ع^{٢}} = -٤س ص^{٢}$

لاحظ أن

العوامل الرمزية المتشابهة تحذف إذا كان لها نفس الأسس و بجوارها رموز أخرى

مثال ٣ مستطيل طوله ٤ س و عرضه ٣ س من السنتيمترات احسب مساحته

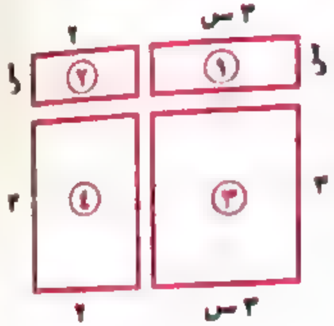
الحل



مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٤ س × ٣ س = ١٢ س^2 سم^2

مثال ٤ فى الشكل المقابل : احسب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مجموع مساحات المستطيلات



الحل

مساحة المستطيل الأول = س × ٣ س = ٣ س^2

مساحة المستطيل الثانى = ٢ × س = ٢ س

مساحة المستطيل الثالث = ٣ × ٣ س = ٩ س

مساحة المستطيل الرابع = ٢ × ٣ = ٦

مجموع المساحات = ٣ س^2 + ٢ س + ٩ س + ٦

= ٣ س^2 + ١١ س + ٦

مثال ٥ احسب محيط ومساحة كل شكل مما يأتى :

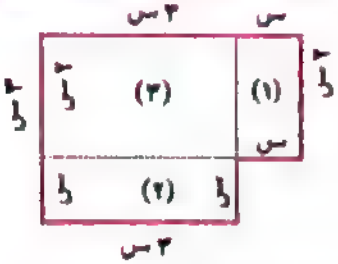
الحل

(١) محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

= (٦ ب + ٤ ب) × ٢ = ١٠ ب × ٢ = ٢٠ ب

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٦ ب × ٤ ب = ٢٤ ب^2

(٢) نقسم الشكل حتى نتعرف على الأطوال



محيط الشكل =

٢ س + س + س + ٣ س + ٣ س + ٣ س + س

= ١٤ س

مساحة الشكل = مجموع مساحات الأشكال التى حدثت من تقسيم الشكل (أى المستطيلات الأصغر)

= مساحة المستطيل (١) + مساحة المستطيل (٢) + مساحة المستطيل (٣)

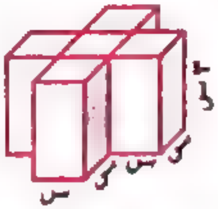
= ٢ س × س + س × ٣ س + ٣ س × ٢ س

= ٢ س^2 + ٣ س^2 + ٦ س^2 = ١١ س^2

مثال ٦ احسب المساحة الكلية وحجم المجسم فيما يأتى :

(١)

(٢)



الحل

الشكل عبارة عن متوازى مستطيلات

(١) المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × ع = ٢ (٣ أ + ٥ أ) × أ = ١٦ أ × أ = ١٦ أ^2

مساحة القاعدتين = ٢ × الطول × العرض = ٢ × ٣ أ × ٥ أ = ٣٠ أ^2

∴ المساحة الكلية للشكل = ١٦ أ^2 + ٣٠ أ^2 = ٤٦ أ^2

حجم المجسم = الطول × العرض × الارتفاع = أ × ٣ أ × ٥ أ = ١٥ أ^3

ثانياً : أجـب عـمـا يـأتـي :

مسائل المستوى الأول

ملاحظة : جميع الرموز المستخدمة في مسائل القسمة التالـية هي أعداد صحيحة ≠ صفر

(٢) أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية :

① ٣ × ٢أ　② -٢ × -٤س　③ ٢س × ٣ص

④ -٣أ × ٢ب　⑤ ٢س × ٣س　⑥ ٤س × -٣س

⑦ ٢أ × ٤أ^{٢}　⑧ ٥ب^{٢} × -٣ب^{٢}　⑨ ٤أب × ٢أ^{٢}ب^{٢}

⑩ ٣س^{٢}ص × -٢س ص^{٢}　⑪ ٢أب^{٢} × ٣أ^{٢}ب^{٢}　⑫ ٢أ^{٢}ب × ٥أ^{٢}ب^{٢}هـ

(٣) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ٨أ على ٢　② ١٦أ على ٢أ

③ ١٥س على س　④ ٩س على ٩س

⑤ ٤س^{٢} على ٢س　⑥ ٦س^{٣}ص^{٢} على ٢س ص

⑦ ٩س^{٥}ص^{٤} على ٣س^{٣}ص　⑧ ٨أ^{٣}ب^{٦} على ٤أ^{٣}ب^{٢}

(٤) أختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① ٢س × ٣س = ...

[٦س أو ٥س^{٢} أو ٥س أو ٦س^{٢}]

② ٢ب^{٢} × ٣ب^{٢} = ...

[٥ب^{٢} أو ٦ب^{٢} أو ٥ب^{٤} أو ٦ب^{٤}]

③ ٢أب × ٣أب = ...

[٥أب أو ٦أ^{٢}ب^{٢} أو (٦أب)^{٢} أو ٦أب]

④ -أب × ٢أ^{٢}ب = ...

[-٢أ^{٣}ب^{٢} أو -٢أ^{٢}ب أو أب^{٤} أو -٣أب]

(٥) ٤س ÷ ٢ = ...

[٢ أو ٢س أو ٤س أو س]

(٦) ١٢ب ÷ (-٣ب) = ...

[٤ب أو -٤ أو -٤ب أو -٤ب^{٢}]

(٧) ٩س^{٢}ص^{٣} ÷ ٣س^{٢}ص^{٢} = ...

[٣س^{٢}ص^{٣} أو ٣س ص أو ٣ص أو ٢٧ص]

(٨) $\frac{س^{٣}}{س}$ + ٢س^{٢} = ...

[٢س^{٤} أو ٢س^{٢} أو ٣س^{٤} أو ٣س^{٢}]

(٩) ٢أب^{٢} ÷ صفر = ...

[٢أب^{٢} أو أب^{٢} أو صفر أو ليس لها معنى]

(١٠) ١٠أ^{٥}ب^{٤} ÷ .... = ٢أ^{٢}ب^{٣}

[٥أ^{٢}ب^{٢} أو ٢أ^{٣}ب أو ٥أ^{٣}ب أو ٥أ^{٧}ب^{٧}]

مسائل المستوى الثاني

(٥) أكمل ما يأتي :

① ٢س^{٢} × ٣س = ...

② -٧ب^{٢} × ٤ب = ...

③ -٢ص^{٥} × -٣ص^{٤} = ...

④ ٢أب × ٥أب = ...

⑤ ٥أب^{٢} × (-٢أ^{٢}ب) = ...

⑥ ٥س^{٣}ص^{٤} × ٢س ص^{٢} = ...

⑦ ٨أ ÷ ٢أ = ...

⑧ ٩ب ÷ (-٣ب) = ...

⑨ ٩س^{٥}ص^{٤} ÷ ٣س^{٣}ص = ...

⑩ ٨م^{٤}ن^{٣} ÷ (-٤م ن^{٢}) = ...

⑪ -٣٢أ^{٣}ب^{٦} ÷ (-٤أ^{٣}ب^{٢}) = ...

⑫ -١٥أ^{٣}ب^{٢} ÷ ٥أ^{٢}ب = ...

⑬ -١٢س^{٣}ص^{٢} ÷ (-٦س^{٢}ص^{٢}) = ...

⑭ ٧س^{٢}ص ÷ ٧س^{٢}ص = ...

(٦) أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية :

(١) ٢ س^{٣} × ٣ س^{٤} × − ٢ س^{٢} (٢) ٢ أ × −٣ ب × ٢ أ ب

(٣) −٣ س × ٤ ص^{٣} × −٢ س^{٢} ص^{٢} (٤) − س ص^{٢} × −٣ س^{٢} ص × ٢ س^{٢} ص^{٢}

(٥) ٢ أ^{٢} ب^{٣} × −٥ أ ب^{٢} × −٣ ب هـ^{٢} (٦) −٤ أ^{٢} ب^{٣} × −٢ ب هـ × −٣ هـ^{٣} أ^{٢}

(٧) −٦ أ^{٢} ب^{٢} × ٢ أ ب^{٢} هـ^{٢} × أ^{٢} هـ (٨) −٣ ل^{٣} م^{٢} × −٤ ل ن^{٣} × − ل^{٢} م ن^{٢}

(٧) أوجد ناتج العمليات الآتية :

(١) $\frac{٢}{٣}$ أ^{٤} × $\frac{٣}{٢}$ أ^{٤} (٢) ٣ س^{٣} × $\frac{١}{٩}$ س^{٢}

(٣) $\frac{٢}{٧}$ أ^{٢} × ٢١ أ^{٥} (٤) ٤ م^{٣} × $\frac{١}{٤}$ م^{٢} × (−٧ م)

(٥) $\frac{١٥ أ^{٣} ب}{٢}$ × $\frac{١٨ أ ب^{٢}}{١٠}$ (٦) ٨ هـ^{٢} × (− ء) × (− $\frac{١}{٤}$ هـ ء^{٢})

(٧) ٣ ل^{٣} ك × (− $\frac{٥}{٦}$ ك^{٢}) × (−٢ ل^{٤}) (٨) $\frac{٦ هـ^{٢} ك^{٢}}{٧}$ × $\frac{٢١ هـ ك^{٥}}{٢}$

(٨) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

(١) ١٢ أ^{٢} ب^{٣} على ٤ أ ب^{٢} (٢) ١٦ أ^{٢} ب^{٣} هـ^{٤} على − ٨ أ^{٢} ب^{٢} هـ^{٢}

(٣) − ٨ س^{٣} ص^{٢} ع على ٢ س^{٣} ص (٤) − ٢٤ أ^{٥} ب^{٣} هـ على − ٦ أ^{٣} ب^{٢} هـ

(٥) −١٢ س^{٥} ص^{٦} ع^{٣} على ٤ س^{٢} ص^{٣} ع^{٢} (٦) ٨ م^{٤} ن^{٣} ل^{٢} على − ٤ م ن^{٢} ل^{٢}

(٧) ١٥ أ^{٦} ب^{٤} هـ^{٢} على − ٣ أ^{٣} ب^{٢} هـ (٨) −١٨ س^{٧} ص^{٤} ع على −٦ س^{٣} ص^{٣}

(٩) إذا كانت س ≠ صفر ، ص ≠ صفر ، ن عدداً موجباً فاختصر كلاً مما يأتي :

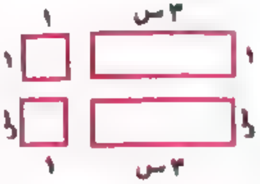
(١) $\frac{١٤ س^{٥}}{٧ س^{٢}}$ (٢) $\frac{٩ س^{٣} ص^{٧}}{٣ س^{٣} ص^{٤}}$

(٣) $\frac{٤ س^{ن+١}}{٢ س^{ن}}$ (٤) $\frac{٢٥ ص^{٢ن+٢}}{٥٠ ص^{٢ن+١}}$

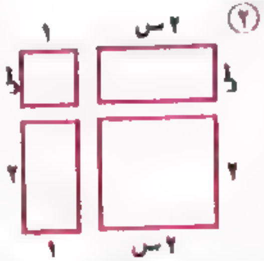
(٥) $\frac{س^{ن+١} ص^{٣ن}}{- س^{ن} ص}$ (٦) $\frac{١٣٠ س^{٥ن+٢} ص^{٢ن}}{٦٥ س^{٢ن} ص^{٢ن}}$

(١٠) اكتب كلاً من المقادير الجبرية التي تعبر عن مجموع مساحات المستطيلات في كلاً مما يأتي :

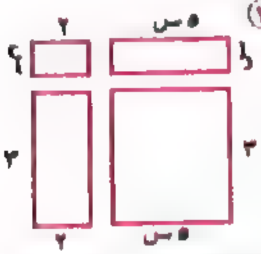
(١)



(٢)



(٣)



(١١) احسب محيط ومساحة كل شكل من الأشكال الآتية حيث كل ضلع عمودي على الضلع المجاور :

(١)

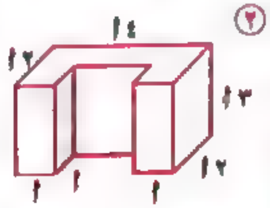
(٢)

(٣)

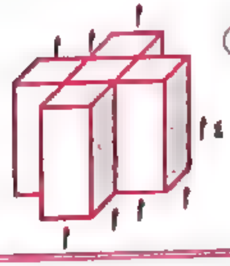
(١٢) احسب المساحة الكلية وحجم كل مجسم :

(١)

(٢)



(٣)



مسائل المتفوقين

(١٣) وضعت ثلاث كرات في صندوق بحيث تلامس الكرات جميع أوجه الصندوق

احسب النسبة بين حجم الكرات الثلاثة وحجم الصندوق

(علماً بأن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ، π ≃ $\frac{٢٢}{٧}$)

جمع وطرح المقادير الجبرية

جمع أو طرح المقادير الجبرية لا يختلف عن جمع أو طرح الحدود الجبرية وذلك بجمع الحدود المتشابهة في المقادير كل على حده أو نطرح الحدود المتشابهة في المقادير كل على حده

يوجد طريقتان لكل من جمع وطرح المقادير الجبرية :

① الطريقة الأفقية ② الطريقة الرأسية

وسوف نوضح الطريقتان تفصيلياً في الأمثلة التالية :

أمثلة توضيحية

١ اجمع المقادير الآتية :

٣ أ - ٣ ب - ٢ هـ ، ٤ أ - ٢ هـ + ٢ ب ، ب - ٤ أ + ٥ هـ

الحل

أولاً: بالطريقة الأفقية :

وهي نفس الطريقة التي اتبعناها في اختصار المقدار الجبري بعد وضع إشارة + بين كل مقدارين

ناتج الجمع = ٣ أ - ٣ ب - ٢ هـ + ٤ أ - ٢ هـ + ٢ ب + ب - ٤ أ + ٥ هـ

= (٣ أ + ٤ أ - ٤ أ) + (-٣ ب + ٢ ب + ب) + (-٢ هـ - ٢ هـ + ٥ هـ)

= ٣ أ + هـ

ثانياً : بالطريقة الرأسية :

يفضل استخدام هذه الطريقة لسهولتها وفيها نرتب المقادير بحيث تقع الحدود المتشابهة من المقادير في أعمدة رأسية أسفل بعضها مع مراعاة ترتيب المقادير

٣ أ - ٣ ب - ٢ هـ
٤ أ + ٢ ب - ٢ هـ
-٤ أ + ب + ٥ هـ
―――――――
٣ أ + هـ

٢ اجمع المقادير الآتية :

٢ س^{٣} + ٤ س^{٢} - ٥ س - ١ ، ٣ س^{٣} + ٣ س - ٢ س^{٢} ، ٣ - ٧ س^{٣} + ٦ س

الحل

٢ س^{٣} + ٤ س^{٢} - ٥ س - ١
٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣ س
-٧ س^{٣} + ٦ س + ٣
―――――――
ناتج الجمع = -٢ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٤ س + ٢

ملاحظة

يفضل ترتيب المقادير تنازلياً حسب أسس س مع ترك مكان خالي لأي حد غير موجود في ترتيبه

٣ اطرح ٣ أ - ب + ٢ هـ من ٦ أ - ٢ ب + ٤ هـ

الحل

أولاً: بالطريقة الأفقية :

باقي الطرح = (٦ أ - ٢ ب + ٤ هـ) - (٣ أ - ب + ٢ هـ)

= ٦ أ - ٢ ب + ٤ هـ - ٣ أ + ب - ٢ هـ = ٣ أ - ب + ٢ هـ

ثانياً : الطريقة الرأسية :

وفيها نكتب المقدار المطروح منه في السطر الأول والمطروح في السطر الثاني مع تغيير إشاراته (معكوسه الجمعي) مع مراعاة الترتيب

٦ أ - ٢ ب + ٤ هـ المطروح منه
(-) (+) (-)
+ ٣ أ - ب + ٢ هـ المطروح
―――――――
٣ أ - ب + ٢ هـ باقي الطرح

مثال ٤ ما زيادة س^{٢} - ٥س - ١ عن ٣س^{٢} + ٢س - ٣ ؟

الحل

س^{٢} - ٥س - ١

+٣س^{٢} + ٢س - ٣

مقدار الزيادة = -٢س^{٢} - ٧س + ٢

ملاحظة

دائماً تكتب المقدار الذي
بعد كلمة من في السطر الأول
بعد كلمة ما زيادة في السطر الأول
بعد كلمة طرحه من في السطر الأول
بعد كلمة ما نقص في السطر الثاني
بعد كلمة إضافته إلى في السطر الثاني

مثال ٥ ما نقص ٢ - ٤ب - ٣ب^{٢} عن ٥ب^{٢} - ٢ب + ٦ ؟

الحل

٥ب^{٢} - ٢ب + ٦

-٣ب^{٢} - ٤ب + ٢

مقدار النقص = ٨ب^{٢} + ٢ب + ٤

لاحظ

أننا نغير إشارة الصف الثاني عند الطرح

مثال ٦ ما المقدار الذي يلزم إضافته إلى ٤أ - ٢أ^{٢} + ٥ ليكون الناتج ٥أ^{٢} + ٣أ - ٢ ؟

الحل

٥أ^{٢} + ٣أ - ٢

-٢أ^{٢} + ٤أ + ٥

المقدار اللازم إضافته = ٧أ^{٢} - أ - ٧

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتي لإيجاد ناتج جمع المقادير الآتية :

(١) ٢أ + ب + جـ ، ٢ب + جـ + ٣أ ، أ - ٢جـ + ٤ب

(٢) ٢س^{٢} - ٣س + ٥ ، ٤س - ٣س^{٢} - ٤ ، ٣س^{٢} + ١

الحل

(١) ٢أ + ب + جـ

....

....

....

(٢) ٢س^{٢} ....

....

....

....

تدريب (٢)

(١) أطرح ٢أ + ٣ب من ٣أ - ٢ب

(٢) أطرح ٣س^{٢} - ٢س - ١ من ٥س^{٢} - ٢س + ٤

المقدار الذي بعد كلمة .... يكتب أولاً

الحل

(١) ٣أ - ٢ب

....

....

(٢) ....

....

....

تدريب (٣)

(١) ما زيادة ٦أ - ٢ب عن ٣أ - ٤ب

(٢) ما نقص س^{٢} - ٥س - ١ عن ٣س^{٢} + ٢س - ٣

الحل

المقدار الذي بعد كلمة زيادة يكتب أولاً

(١) ....

....

....

المقدار الذي بعد كلمة نقص يكتب ......

(٢) ....

....

....

تمارين (٩) على جمع وطرح المقادير الجبرية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

١٠ — $\frac{1}{2}$ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمي

(١) (أ) أكمل ما يأتي :

① الحد الجبرى ٣ أ ب^{2} معامله .... ودرجته .... وعدد عوامله ....

② المعكوس الضربي للعدد ٣$^{\text{صفر}}$ هو ....

③ ٥٠٪ + $\frac{1}{4}$ = ... على صورة عدد عشري

④ العدد النسبي .... يقع في منتصف المسافة بين العددين $\frac{3}{7}$ ، $\frac{1}{3}$

٤ درجات

(ب) استخدم خاصية التوزيع في إيجاد قيمة :

$$\frac{7}{12} \times \frac{23}{45} + \frac{17}{12} \times \frac{23}{45} - \frac{23}{45}$$

....

....

٣ درجات

(جـ) أوجد ناتج :

① −٢٤ أ^{5} ب^{3} جـ^{2} ÷ (−٨ أ^{2} ب)

....

....

② $\left(5\frac{1}{16} \div 6\frac{3}{4}\right) \times \left(-2\frac{2}{9}\right)$

....

....

③ $\left(-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times -3\right)$

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٣أ + ٤ب ، أ + ٢ب

② ٢أ − ٥ب ، ٣أ + ٢ب

③ ٣س − ٢ص ، −٣ص + س

④ ٢أ − ٥ب + جـ ، ٢أ + ٣ب − جـ

⑤ ٢أ + ٣ب + ٤جـ ، ٢أ − ٢جـ + ب

⑥ ٥س − ص + ١ ، ٤ص − ٣س

(٣) أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٥س + ٢ص ، ٣س + ٧ص ، ٢س + ص

② ٢أ + ٣ب ، ٣أ − ب ، −٤أ − ٢ب

③ ٢س + ٣ص + ٧ ، ٤ص − ٢س − ٥ ، ٣س − ٨ص + ٢

④ ٣أ + ٤ب − جـ ، ٢أ + ب − ٣جـ ، أ − ٥ب + ٢جـ

⑤ ٣س + ٤ص − ٥ع ، ٢ص − ٣ع + ٢س ، ٩ع − ٤س − ٥ص

⑥ ٢أ + ٤ب − ٣جـ ، ٣ب − ٣جـ + ٢أ ، ٦جـ − ٤أ − ٥ب

⑦ ٢ل + ٣م + ٤ن ، ٣ل − ٢م − ٣ن ، م − ٤ل + ن

⑧ ٣ل + ٥م + ن ، ٢م + ٤ل ، م − ٥ن

(٤) أكمل ما يأتي :

① ناتج جمع ٢أ − ٥ب ، ٣أ + ٢ب هو ....

② ناتج جمع ٢أ + ٣ب ، ٣أ − ٢ب هو ....

③ ناتج جمع س^{2} + ٥س ، ٢س^{2} − ٣س هو ....

④ ناتج جمع ٢أ + ٣ب + جـ ، أ + ٢ب + ٣جـ هو ....

⑤ ناتج طرح ٧ س + ١ من ٥ س هو ....

⑥ المقدار الذى يجب طرحه من المقدار ٤ - ٢ أ ب ليكون الناتج ٤ هو ....

⑦ المقدار الذى يجب إضافته للمقدار ٢ أ ب + ٥ ب ليكون الناتج أ ب هو ....

⑧ ناتج جمع ٢ أ + ٣ ب ، .... يساوى ٥ أ - ٢ ب

٥ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① مجموع أ + ١ ، ب + ١ ، حـ + ١ هو ....

[أ + ب + حـ + ١ ، ٣ أ ب حـ ، أ + ب + حـ + ٣ ، غير ممكنة]

② ٩ س يزيد عن ٩ س + ٤ بـ ....

[١٨ س - ٤ ، ١٨ س + ٤ ، ٩ س - ٤ ، -٤]

③ ٤ أ + ٣ ينقص عن - ٣ بمقدار ....

[٤ أ ، -٤ أ + ٦ ، -٤ أ - ٦ ، -٤ أ]

④ الواحد الصحيح يزيد عن أ^{٢} + ١ بمقدار ....

[أ^{٢} ، أ^{٢} + ٢ ، -أ^{٢} ، ٢]

⑤ المقدار ٢ أ + ٣ ب يزيد عن ٣ ب - ٢ أ بمقدار ....

[٦ ب ، -٤ أ ، ٤ أ ، خلاف ذلك]

مسائل المستوى الثانى

٦ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٤ س^{٢} - ٥ س + ٧ ، ٣ س^{٢} + ٥ س - ٩

② ٣ س^{٢} - س^{٣} + ٦ س - ٥ ، ٢ س^{٣} - ٦ س + ٣ س^{٢} + ٤

③ ٤ س^{٢} - ٥ س + ٤ ، ٢ س^{٢} + ٣ س - ٢ ، ٣ + ٢ س - ٣ س^{٢}

④ ٣ س^{٢} - ٦ س + ٥ ، ٥ س^{٢} - ٣ - ٢ س ، -٤ + س^{٢} - ٣ س

⑤ ٦ س^{٢} - ٣ س + ٤ ، ٣ - ٢ س - ٥ س^{٢} ، ٢ س^{٢} - ١

⑥ س^{٣} - ٤ س^{٢} + ٢ س ، ٣ س^{٢} + ٥ س + ٤ ، ٣ - ٦ س - س^{٣}

⑦ ٤ أ^{٢} - ٧ أ + ٢ ، ٢ أ^{٣} - ٣ أ^{٢} + ٣ ، ٦ + ٥ أ^{٢} - ٣ أ^{٣}

⑧ أ^{٢} + ٢ ب^{٢} ، أ^{٢} - أ ب ، ب^{٢} + ٢ أ ب ، أ^{٢} + ب^{٢} + ٣ أ ب

٧ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٣ س ص + ٢ س^{٢} - ص^{٢} ، ٢ ص^{٢} + ٣ س^{٢} ، س^{٢} - ٢ س ص

② ٤ س^{٢} + ٧ ص^{٢} - ٣ س ص ، ٤ س^{٢} - ٥ ص^{٢} ، س ص - س^{٢}

③ ٢ س^{٢} + ٥ س ص - ٨ ص^{٢} ، ٣ ص^{٢} - ٤ س ص ، ٣ س^{٢} + ١٠ ص^{٢}

④ ٦ أ^{٢} ب^{٢} - أ^{٣} ، أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب^{٢} - ب^{٣} ، ب^{٣} - ٦ أ^{٢} ب^{٢}

⑤ ٢ أ ب + ٤ ب حـ + ٣ حـ أ ، ٢ حـ أ - ٢ أ ب - ٣ ب حـ ، ٢ ب حـ - ٤ حـ أ - ٣ أ ب

٨ ① اطرح ٥ س - ٣ ص من ٨ س - ٢ ص

② اطرح ٣ أ - ٧ ب من ٢ أ - ٩ ب

③ اطرح ٣ أ + ٢ ب - ٥ حـ من ٤ أ + ٤ ب - حـ

④ اطرح ٤ أ^{٢} - ٧ أ ب + ٥ حـ من ٩ أ ب + ٥ أ^{٢} + ٥ حـ

⑤ اطرح أ^{٢} + ٢ أ + ٦ من ٣ أ^{٢} - أ + ٣

⑥ اطرح ٣ ل + ٥ م + ٧ من صفر

⑦ اطرح ٢ س^{٢} + ٥ س - ٦ من ٢ س^{٢} + ٥ س + ٦

⑧ ما زيادة ٢ ب + أ - حـ عن أ - ٣ ب + ٤ حـ

⑨ ما زيادة س - ٣ ص - ٦ ع عن ٤ س + ٣ ص - ٦ ع

⑩ ما زيادة ٤ س^{٢} - ٥ س عن ٣ س^{٢} + ٢ س

⑪ ما زيادة ٣ س^{٢} - ٥ س + ٦ عن ٢ س^{٢} - ٤ س + ٣

⑫ ما نقص ٤ أ - ٥ ب - ٧ حـ عن ٦ أ + ٢ ب - ٣ حـ

⑬ ما نقص س^{٢} - ٥ س - ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س - ٣

⑭ ما نقص ٢ ب - ٣ ب^{٢} + ٦ عن ٤ ب^{٢} + ٥ ب - ٤

⑮ ما نقص س^{٢} - ٣ ص^{٢} - ٢ س ص عن ٢ س^{٢} - ٢ س ص - ص^{٢}

⑯ من ٤ أ + ٥ ب - ٧ حـ أطرح ٢ أ - ب - ٥ حـ

⑰ من ٢ س^{٢} - ٣ س - ٢ أطرح س^{٢} - ٤ س + ٥

(٩) ① ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ٢أ + ٣ب ليكون الناتج ٧أ + ٦ب

② ما المقدار اللازم إضافته إلى س^{2} − ٥س − ٤ ليكون الناتج ٢س^{2} + ٥س − ١

③ ما المقدار اللازم إضافته إلى ٢أ + ٤ب + ٥ ليكون الناتج صفراً

④ ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ٢س − ٣س^{2} + ٥ ليكون الناتج مساوياً ٦ + س^{2} − س

⑤ ما المقدار الذي يجب طرحه من ٢ب + هـ − ٢أ ليكون الناتج مساوياً ٣أ + ب − هـ

⑥ ما المقدار الذي يجب طرحه من ٦ + أ^{2} − أ ليكون الناتج − ٢ − أ − ٣أ^{2} + ٤

(١٠) ① اجمع ٣أ − ٢ب − ٥هـ ، ٧ب − أ + ٣هـ ثم اطرح الناتج من ٧ب + ٢أ − ٢هـ

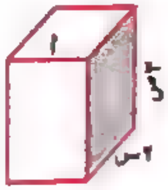
② اجمع ٢س^{2} + ٥س + ٧ ، ٢ − س^{2} − ٥س ثم اطرح الناتج من ٢س^{2} − ٥

③ اجمع ٥أ − ٧ب + ٣ ، ٢ب − أ − ١ ، ٢ − ٢أ + ٤ب
ثم اطرح الناتج من ٤أ + ٥ب + ٣

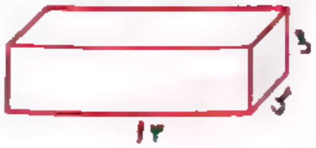
(١١) أوجد ناتج جمع أ^{2} + ٢أب − ب^{2} ، أب − ٢أ^{2} + ٢ب^{2} ، أ^{2} − ٤أب
ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كان أ = ٢ ، ب = ١ [-١٠]

(١٢) في الشكل التالي احسب المساحة الكلية للمجسمين معاً :

①



②



(١٣) اجمع المقادير ٣أ − ٢ب + ٧هـ ، ٥ب − ٦أ − ٣هـ ، ٤أ − ٢هـ − ب
واطرح الناتج من ٣أ − ٢ب + هـ

(١٤) أوجد زيادة مجموع المقدارين الجبريين ٢أ^{2} − أب + ب^{2} ، أ^{2} + أب + ٣ب^{2} عن المقدار ٣أ^{2} + ٢أب − ٢ب^{2}

(١٥) ما زيادة المقدار ٣س^{2} − ٥ + ٢س عن مجموع المقدارين س + ٥س^{2} + ١ ، ٢س^{2} − ٤ − ٢س ؟

(١٦) ما نقص ٢أ − ٨ب − هـ عن مجموع ٣أ − ٣ب + هـ ، ٢أ − ٤ب − ٨هـ

(١٧) أضف ٣س^{2} + ٢س ص − ٥ إلى س − ٢س^{2} − ٣س ص
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = −١ ، ص = ٢ [-٣]

(١٨) إذا كان س = أ − ٢ب + هـ ، ص = ٢أ + ٣ب − ٤هـ ، ع = ب − ٤أ + هـ
فأوجد المقدار س + ص − ع بدلالة أ ، ب ، هـ

مسائل المتفوقين

(١٩) اجمع المقادير الآتية:
أ^{3} + ب^{3} ، ٣أب^{2} − ٢أ^{2}ب − ٤ب^{3} ، ٣أب^{2} − ٤أ^{2}ب − ب^{3} ، ب^{3} + ٢أ^{2}ب + ٢أ^{3}

(٢٠) ما المقدار اللازم طرحه من س^{3}ص^{2} − ٤س^{4}ص + ٣ص^{5} − ٥س^{2}ص^{3}
ليكون الناتج س^{5} + ٣ص^{5} − ٢س^{4}ص − س ص^{4} − ٦س^{2}ص^{3}

(٢١) ما المقدار الذي يجب طرحه من مجموع المقدارين
س^{2} + ٨س ص + ٢ص^{2} ، ٢س^{2} − ٤س ص ليكون الناتج مساوياً لباقي
طرح ١٢س ص − ٤س^{2} − ٢ص^{2} من ١٢س^{2} − ٩س ص − ٥ص^{2}

ضرب حد جبري في مقدار جبري

- الشكل المقابل مستطيل مكون من جزأين أ ، ب

أبعاد المستطيل هي س ، ص + ٢ س

مساحة المستطيل = الطول × العرض = س × (ص + ٢ س)

وإذا أردنا إيجاد مساحة كل جزء بمفرده وهو عبارة عن مستطيل صغير نجد أن :

مساحة الجزء (أ) = س × ص = س ص ،

مساحة الجزء (ب) = س × ٢ س = ٢ س^{٢}

∴ مساحة الجزأين معاً = مساحة المستطيل = س ص + ٢ س^{٢}

من ذلك نستنتج أن س × (ص + ٢ س) = س ص + ٢ س^{٢} ومنه نستنتج القاعدة التالية :

ضرب حد جبري في مقدار جبري

عند ضرب حد في مقدار جبري نضرب هذا الحد في كل حد من حدود المقدار الجبري

أمثلة توضيحية

١ أجر عمليات الضرب التالية :

① ٢ (س + ٣)　　② س (س − ٢)

③ ٢ أ (٣ أ − ١)　　④ (٢ س + ٣) × ٥ س

الحل

① ٢ (س + ٣) = ٢ × س + ٢ × ٣ = ٢ س + ٦　(حاصية التوزيع)

② س (س − ٢) = س × س − ٢ × س = س^{٢} − ٢ س

③ ٢ أ (٣ أ − ١) = ٢ أ × ٣ أ − ٢ أ × ١ = ٦ أ^{٢} − ٢ أ

④ (٢ س + ٣) × ٥ س = ٥ س × ٢ س + ٥ س × ٣ = ١٠ س^{٢} + ١٥ س

٢ أوجد ناتج ما يأتي :

① ٢ س (٣ س^{٣} − ٥ س^{٢})　　② ٢ أ ب (أ^{٢} − ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣})

الحل

① ٢ س (٣ س^{٣} − ٥ س^{٢}) = ٢ س × ٣ س^{٣} − ٢ س × ٥ س^{٢}

= ٦ س^{٤} − ١٠ س^{٣}

② ٢ أ ب (أ^{٢} − ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}) = ٢ أ ب × أ^{٢} − ٢ أ ب × ٣ أ ب^{٢} + ٢ أ ب × ب^{٣}

= ٢ أ^{٣} ب − ٦ أ^{٢} ب^{٣} + ٢ أ ب^{٤}

٣ اختصر ما يأتي لأبسط صورة :

① ٣ (٢ س + ص) + ٣ س

② ٥ (أ + ٢ ب) − ٢ (٢ أ + ٣ ب)

الحل

نضرب مباشرة

① المقدار = ٣ (٢ س + ص) + ٣ س

= ٦ س + ٣ ص + ٣ س

= (٦ س + ٣ س) + ٣ ص

= ٩ س + ٣ ص

② المقدار = ٥ (أ + ٢ ب) −٢ (٢ أ + ٣ ب)

= ٥ أ + ١٠ ب − ٤ أ − ٦ ب

= (٥ أ − ٤ أ) + (١٠ ب − ٦ ب) = أ + ٤ ب

ملاحظة

يجب فك الأقواس أولاً ثم تجميع الحدود المتشابهة بعد فك الأقواس بأخرى

لاحظ أنه

عند فك الأقواس نضرب العدد الذي قبل القوس بإشارته في كل حد داخل القوس

مثال ٤ اختصر ما يأتي لأبسط صورة :

٥ س + ٣ [س − ٢ (٥ − ٢ س)]

الحل

المقدار = ٥ س + ٣ [س − ٢ (٥ − ٢ س)]

= ٥ س + ٣ [س − ١٠ + ٤ س]

= ٥ س + ٣ س − ٣٠ + ١٢ س

= (٥ س + ٣ س + ١٢ س) − ٣٠

= ٢٠ س − ٣٠

لاحظ أنه
يجب فك الأقواس الداخلية أولاً ثم فك الأقواس الخارجية

مثال ٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :

①

②

الحل

① نقسم الشكل إلى مستطيلين ونوجد مجموع مساحتيهما

مساحة الشكل = ص (٢ س + ٣) + ص × ٢ س

= ٢ س ص + ٣ ص + ٢ س ص

= ٤ س ص + ٣ ص

② مساحة الشكل = مساحة المستطيل الكبير − مساحة المستطيل الصغير

= ٣ س (ص + ٢) − س (ص − ١)

= ٣ س ص + ٦ س − س ص + س

= ٢ س ص + ٧ س

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي :

① ٢ س (٢ س + ٣ $س^{٢}$) = ٢ س × ……… + ……… × ………

= ……… + ………

② − ٣ أ ب (٢ أ ب − $أ^{٢}$ $ب^{٣}$) = ……… × ……… + ……… × ………

= ……… + ………

تدريب (٢)

أكمل ما يأتي لاختصار المقدار الجبري إلى أبسط صورة :

٣ (س + ٢ ص) − ٢ (س − ٣ ص)

الحل

المقدار = ٣ س + …… − …… + …… (نفك الأقواس)

= (…………) + (…………) (نضع كل مجموعة حدود متشابهة في قوس)

= …………… + …………… (نجمع المتشابه)

تدريب (٣)

أكمل ما يأتي لاختصار المقدار الجبري إلى أبسط صورة :

٢ أ + ٢ [٣ ب − ٢ (أ − ب)]

الحل

المقدار = ٢ أ + ٢ […… − …… … ……] (نفك الأقواس الداخلية أولاً)

= ٢ أ + ……… − …… + …… (نفك الأقواس الخارجية)

= (٢ أ …………) + (…………) (نضع كل مجموعة حدود متشابهة في قوس)

= ……………… + ……………… (نجمع المتشابه)

تمرين (١٠) على ضرب حد جبري في مقدار جبري

ورقة: راجع معنا واختبر نفسك — ١٠ — $\frac{1}{2}$ ساعة تمارين ومراجعة

(١) (أ) أكمل ما يأتي:

(أ) [$\frac{1}{4}$ − (− $\frac{1}{8}$)] + $\frac{5}{8}$ = ...

(ب) (٥ $\frac{1}{11}$ ÷ ١ $\frac{3}{4}$) × (−١ $\frac{7}{9}$) = ...

(جـ) −٣٢ أ^3 ب^2 + (−٤ أ^3 ب^2) = ...

(د) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{1}{2}$ ، ١ هو ....

(ب) (أ) اطرح ٢ أ^2 + ٥ أ + ١ من ٦ أ^2 − ٣ أ + ١

....

....

(ب) استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة:

$\frac{37}{11}$ × $\frac{9}{4}$ − $\frac{37}{11}$ × $\frac{1}{4}$ + $\frac{37}{11}$ × ٩

....

....

(جـ) (أ) أوجد ثلاثة أعداد تقع بين | $\frac{1}{2}$ | ، | − $\frac{7}{8}$ |

....

....

(ب) إذا كان أ = $\frac{3}{4}$ ، ب = − $\frac{5}{2}$ أوجد في أبسط صورة قيمة $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}}$

....

....

ثانياً: أجب عما يأتي:

مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتي:

(أ) ٢ (س + ٤) = ...

(ب) س (س − ١) = ...

(جـ) أ (٣ − .....) = ... − أ^2

(د) ٢ س (س + ...) = ... + ٦ س

(هـ) ٣ س (٢ س − ٤ ص) = ...

(و) ٢ س ص (٣ س + ٤ ص) = ...

(ز) ٥ س (..... + ٣ ص^2) = ١٠ س^2 ص + ...

(ح) ٢ أ (..... + ...) = ٦ أ^2 + ٨ أ ب^2

(ط) ..... (٢ أ + ...) = ٨ أ^2 + ٤ أ ب

(ي) ..... (٢ س − ٣ ص) = ... − ١٥ س ص^2

(ك) ٣ أ (..... − ..... + ٢ ب) = ٩ أ^3 − ٦ أ ب^2 + ...

(ل) ٢ أ ب (أ ب^2 + ٣ أ^2 + ...) = ... + ١٠ أ ب^2

(٣) أوجد ناتج ما يأتي:

(أ) ٢ أ (٢ أ + ٣)

(ب) ٥ س (٢ س + ١٠)

(جـ) ٣ س (٢ س − ٤)

(د) ٢ أ (٤ أ^2 + أ)

(هـ) ٢ ب (٣ أ + ٤ ب)

(و) ٢ ص (٢ ص^2 − ص − ٥)

(ز) −٣ ك (٢ ك^2 − ٣ ك − ٧)

(ح) ٢ أ (٢ أ + ٣ ب − ٥ ب)

مسائل المستوى الثاني

(٤) أوجد ناتج ما يأتي:

(أ) س ص^2 (٢ س + ٣ س ص + ٤ ص)

(ب) ٣ أ ب^2 (٢ أ^2 + ٣ أ ب − ٤ ب^2)

(جـ) $\frac{1}{3}$ س^2 (٦ س^2 − ٩ س ص − ٣ ص^2)

(د) $\frac{1}{2}$ أ^2 (٤ ب^2 − ١٠ أ ب + ٦ أ^2)

(٥) - ل م² (ل² - ٣ م ل - ٤ م²)

(٦) ٢ س² ص (٢ س² - ٣ س ص + ص²)

(٥) **اختصر** كلاً من المقادير الآتية لأبسط صورة :

(١) ٢(أ+٢)+أ
(٢) ٣ (أ - ٢) + ٢ (أ + ٤)
(٣) ٣ (أ + ٢ ب) + أ - ٢ ب
(٤) ٢ أ + ٤ ب - ٢ (أ - ٣ ب)
(٥) ٩ س - ٤ (٢ س - ص) - ٣ ص
(٦) ٢ (أ + ٢ ب) + ٣ (٢ أ - ب)
(٧) ٢(٢س - ٥ص) - ٣(س - ص)
(٨) ٣(س + ٢ص) - ٢(س + ٤ص)
(٩) ٦(٢س - ص) - (٥س - ٨ص)
(١٠) ٥ أ + ٣ (أ + ب - ٢) + ٢ (٤ + ٢ ب)
(١١) ٧ س - ٢ (٤ ص - ١) - ٤ (٢ س - ٣ ص + ٢)
(١٢) ٢(٥أ - ٢ب) + ٣(٢أ - ب) - ٦(ب + ٢أ)

(٦) **أوجد** ناتج ضرب ٢ أ ب فى (٢ أ² ب - ٣ أ ب²) ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما أ = ١ ، ب = ٢ [-٣٢]

(٧) **أوجد** باقى طرح ٢ س (ص - ٣ س) من ٤ ص (٢ ص + ٣ س)

(٨) **اختصر** ٣ أ (٢ أ - ١) + ٢ أ (أ + ٢) ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما أ = -١ [٧]

(٩) **اختصر** ٢ س (س - ص) - ٣ ص (س - ٢ ص) ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما س = ٢ ، ص = -١ [illegible]

(١٠) **اختصر** لأبسط صورة كلاً مما يأتى ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما أ = ١ ، ب = -١

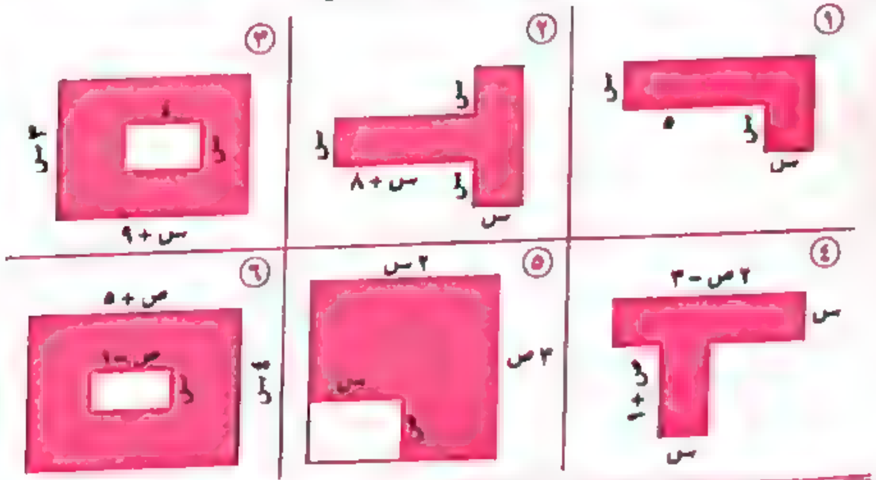
(١) ٢ أ (أ + ب) - ب (٣ أ - ٢ ب) + ٣ (ب² - أ²) [٥]
(٢) ٣ أ (٤ أ - ١) + ٢ أ (أ + ٣) - ٥ أ (٢ أ - ١) [١٢]

(١١) **فى الشكل المقابل**

مستطيل بعداه س ، ص + ٢ س مقسم إلى جزأين

(١) **أوجد** مجموع مساحتى الجزأين
(٢) **أوجد** حاصل ضرب بعدى المستطيل
(٣) **قارن** الإجابات فى (١) ، (٢) و**اذكر** الخاصية المستخدمة التى يوضحها الشكل

(١٢) **أوجد** مساحة كل شكل من الأشكال المظللة الآتية :



مسائل المتفوقين

(١٣) (١) ما مساحة المربع الذى طول ضلعه ٥ س من السنتيمترات
(٢) ما مساحة المستطيل الذى طوله ٣ ص سم وعرضه (٤ س + ٢ ص) سم

(١٤) **اختصر ما يأتى :**

(١) ٢ أ (٣ أ - ب) - ٣ أ [٢ أ - ٣ ب (أ - ٢ ب)] - ٢ ب [٣ ب - (٢ ب - أ)]
(٢) ٢ أ [أ (٣ أ + ب) + ب (٢ أ - ب)] - ٣ ب [ب (٢ أ - ٣ ب) - أ (٢ ب - ٣ أ)]

ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار جبرى آخر

• الشكل المقابل عبارة عن مستطيل مقسم إلى أربعة أجزاء أ ، ب ، هـ ، ى وأبعاده هى (٢ س + ٥) ، (٣ س + ٢)

فإذا أردنا معرفة مساحة المستطيل فيمكن ضرب الطول × العرض

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٥) (٣ س + ٢)

وأيضاً يمكن معرفة المساحة بجمع مساحات الأجزاء الأربعة

∴ مساحة المستطيل = مساحة أ + مساحة ب + مساحة هـ + مساحة ى

= ٣ س × ٢ س + ٣ س × ٥ + ٢ × ٢ س + ٢ × ٥

= ٦ س^{٢} + ١٥ س + ٤ س + ١٠ = ٦ س^{٢} + ١٩ س + ١٠

مما سبق نستنتج أن :

ناتج ضرب المقدارين (٢ س + ٥) ، (٣ س + ٢) هو ٦ س^{٢} + ١٩ س + ١٠

ويمكن استنتاج هذا الناتج مباشرة بطريقة تسمى **الضرب بمجرد النظر**

ويفضل استخدام هذه الطريقة إذا كان حدى المقدار الأول يشابهان حدى المقدار الثانى

وذلك كما يلى :

لضرب مقدارين ذى حدين

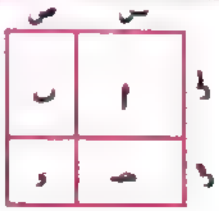
(١) نضرب الحد **الأول** من المقدار الأول × الحد **الأول** من المقدار الثانى

(٢) نضرب الحد **الثانى** من المقدار الأول × الحد **الثانى** من المقدار الثانى

(٣) نجمع حاصل ضرب الحد الأول من المقدار الأول × الحد الثانى من المقدار الثانى
+ حاصل ضرب الحد الثانى من المقدار الأول × الحد الأول من المقدار الثانى

فمثلاً (س + ٢) (س + ١) = س^{٢} + ٣ س + ٢

والشكل المقابل عبارة عن مربع مكون من أربعة أجزاء أ ، ب ، هـ ، ى وطول ضلعه س + ص ويمكننا إيجاد مساحة المربع



مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = (س + ص) (س + ص)

مساحة المربع = مساحة أ + مساحة ب + مساحة هـ + مساحة ى

= س^{٢} + س ص + س ص + ص^{٢}

مما سبق نستنتج أن :

(س + ص) (س + ص) = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}

أى أن (س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}

أى أن ناتج ضرب الحدين يعطى النتيجة السابقة ويمكن استنتاج هذا الناتج مباشرة بمجرد النظر باتباع القاعدة التالية :

مربع مقدار ذى حدين

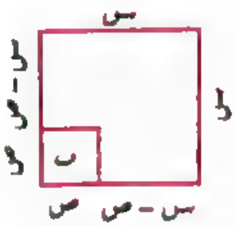
مربع مقدار ذى حدين = مربع الحد الأول + ٢ (الحد الأول × الحد الثانى) + مربع الحد الثانى

مع ملاحظة أن الحدان الأول والأخير موجبان دائماً بينما إشارة الحد الأوسط تكون عبارة عن حاصل ضرب إشارتى حدى المقدار الأصلى

فمثلاً (أ ± ب)^{٢} = أ^{٢} ± ٢ أ ب + ب^{٢}

فى الشكل المقابل :

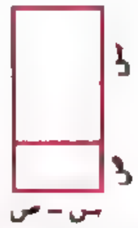
إذا قطع المربع الصغير ب الذى مساحته ص^{٢} من المربع الكبير الذى مساحته س^{٢} يكون مساحة الجزء المتبقى = س^{٢} − ص^{٢}



وإذا قطع الجزء المتبقى إلى جزأين وأعيد ترتيبهم ليكونا مستطيل فإن :

مساحة المستطيل = (س + ص) (س − ص)

∴ س^{٢} − ص^{٢} = (س + ص) (س − ص)



ومنه يمكن استنتاج القاعدة التالية :

حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الحد الأول − مربع الحد الثانى

فمثلاً (أ + ب)(أ − ب) = أ^{٢} − ب^{٢}

ويوجد أيضاً طريقتان لضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى آخر

(١) الطريقة الأفقية　　(٢) الطريقة الرأسية

وسوف نوضح الطريقتان فى الأمثلة التوضيحية التالية :

أمثلة توضيحية

[١] أوجد حاصل ضرب (أ + ب)(٢ س + ٣ ص)

الحل

أولاً الطريقة الأفقية : نضرب الحد الأول من المقدار الأول فى المقدار الثانى كله ثم نضرب الحد الثانى من المقدار الأول × المقدار الثانى كله

(الأول × القوس كله + الثانى × القوس كله)

(أ + ب)(٢ س + ٣ ص) = أ (٢ س + ٣ ص) + ب (٢ س + ٣ ص)

= ٢ أ س + ٣ أ ص + ٢ ب س + ٣ ب ص

ثانياً الطريقة الرأسية :

نضع المقدارين أحدهما أسفل الآخر

٢ س + ٣ ص

أ + ب

نضرب أ × (٢ س + ٣ ص) فينتج --- ٢ أ س + ٣ أ ص

نضرب ب × (٢ س + ٣ ص) فينتج --- ٢ ب س + ٣ ب ص

بالجمع ينتج ---- ٢ أ س + ٣ أ ص + ٢ ب س + ٣ ب ص

وهى نفس نتيجة الضرب بالطريقة الأفقية

[٢] أوجد ناتج ضرب (٢ س + ٥ ص)(٣ س − ٢ ص)

الحل

بنفس الطريقة السابقة　　٢ س + ٥ ص

٣ س − ٢ ص

مع مراعاة وضع الحدود　　٦ س^{٢} + ١٥ س ص

المتشابهة أسفل بعضها　　− ٤ س ص − ١٠ ص^{٢}

∴ حاصل الضرب = ٦ س^{٢} + ١١ س ص − ١٠ ص^{٢}

[٣] أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية بمجرد النظر :

(١) (س + ٢)(س + ٣)　　(٢) (٢ س + ٣)(٣ س + ١)

(٣) (٢ أ − ب)(أ + ٣ ب)　　(٤) (س − ٢)(٢ س − ٥)

الحل

(١) (س + ٢)(س + ٣) = س^{٢} + ٥ س + ٦

س^{٢} ، ٦ ، ٢ س ، ٣ س

(٢) (٢ س + ٣)(٣ س + ١) = ٦ س^{٢} + ١١ س + ٣

٦ س^{٢} ، ٣ ، ٩ س ، ٢ س

(٣) (٢ أ − ب)(أ + ٣ ب) = ٢ أ^{٢} + ٥ أ ب − ٣ ب^{٢}

(٤) (س − ٢)(٢ س − ٥) = ٢ س^{٢} − ٩ س + ١٠

مثال ٤ أوجد ناتج ما يأتي بمجرد النظر:

① (أ + ب)^{٢} ② (٢ س − ص)^{٢}

③ (س − ٢) (س + ٢) ④ (٢ س + ص) (٢ س − ص)

الحل

① (أ + ب)^{٢} = الحد الأول × نفسه + ٢ (الحد الأول × الحد الثانى) + الحد الثانى × نفسه

= أ × أ + ٢ (أ × ب) + ب × ب = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}

② (٢ س − ص)^{٢} = ٢ س × ٢ س + ٢ (٢ س × − ص) + (− ص) × (− ص)

= ٤ س^{٢} − ٤ س ص + ص^{٢}

③ (س − ٢) (س + ٢) = س^{٢} + ٢ س − ٢ س − ٤

= س^{٢} − ٤

لاحظ أن : مجموع حدين × الفرق بينهما = الحد الأول × نفسه − الحد الثانى × نفسه

④ (٢ س + ص) (٢ س − ص) = ٤ س^{٢} − ص^{٢}

مثال ٥ أوجد حاصل ضرب س^{٢} + س + ١ فى س + ٣

الحل

أولاً الطريقة الأفقية :

الأول ، الثاني — الأول × القوس كله + الثاني × القوس كله

(س + ٣) (س^{٢} + س + ١) = س (س^{٢} + س + ١) + ٣ (س^{٢} + س + ١)

ثانياً الطريقة الرأسية :

لتسهيل عملية الضرب نختار المقدار الذى عدد حدوده أكبر ونضعه فى الصف الأول مع مراعاة ترتيب الحدود

س^{٢} + س + ١

س + ٣

نضرب س فى الصف الأول كله فيكون الناتج ---- س^{٣} + س^{٢} + س

ثم نضرب ٣ فى الصف الأول كله فيكون الناتج ونضع الحدود المتشابهة تحت بعضها رأسياً ---- + ٣ س^{٢} + ٣ س + ٣

نجمع الحدود المتشابهة فيكون ناتج الضرب ---- س^{٣} + ٤ س^{٢} + ٤ س + ٣

مثال ٦ أوجد حاصل ضرب ٣ س + ٢ س^{٢} + ٤ فى ٢ س − ٣

الحل

نلاحظ هنا أن المقدار الأكبر غير مرتب لذلك نرتب المقادير تنازلياً حسب أس س ونتبع الخطوات السابقة

٢ س^{٢} + ٣ س + ٤

٢ س − ٣

نضرب ٢ س فى الصف الأول فيكون الناتج --- ٤ س^{٣} + ٦ س^{٢} + ٨ س

نضرب −٣ فى الصف الأول فيكون الناتج --- − ٦ س^{٢} − ٩ س − ١٢

نجمع الحدود المتشابهة فيكون ناتج الضرب ٤ س^{٣} − س − ١٢

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى بمجرد النظر:

① (س + ٣) (س + ١) = س^{٢} + ... + ...

② (س + ٢) (س − ٣) = ... − .... − ٦

③ (س + ٢)^{٢} = س^{٢} + ... + ...

④ (س − ١)^{٢} = س^{٢} ... .

تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى بمجرد النظر:

① (أ + ب) (أ − ب) = أ^{٢} − ....

② (أ − ٣) (أ + ٣) = ... − ٩

③ (٢ أ + ٣) (٢ أ − ٣) = ... − ....

④ (٣ س − ٢ ص) (٣ س + ٢ ص) = ...

تدريب (٢) أكمل ما يأتي لإيجاد ناتج (س + ٢) (س + س^{٢} + ٢)

الحل

نرتب الحدود

س^{٢} ....

س + ٢

نضرب ...... في الصف الأول كله فيكون الناتج ← ....

نضرب ٢ في الصف الأول كله فيكون الناتج ← ....

نجمع الحدود المتشابهة فيكون الناتج ← ....

اطلب الماهـــر في الرياضيات

للمرحلة الابتدائية و جميع المراحل

مراجعة ليلة الامتحان و أهم الأسئلة المتوقعة للامتحان

يمكنك متابعتنا على موقعنا www .elmaher.org

تمارين (١١) على ضرب مقدار جبري مكون من حدين في آخر

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) **أكمل ما يأتي :**

① العدد $٢\frac{١}{٥}$ معكوس ضربي للعدد ....

② ١٢ س^{٥} ص^{٤} ÷ ٤ س^{٣} ص^{٢} = ...

③ العدد ٠٫١٦ في صورة نسبة مئوية هو ....

٤ درجات

(ب) ① **اختصر** لأبسط صورة ٢أ(٣أ − ١) + ٣أ(أ + ٢)

....

....

② باستخدام خاصية التوزيع **أوجد** قيمة $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} + \frac{١٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} - ٢ \times \frac{٢٣}{٤٥}$

....

....

٣ درجات

(جـ) ① **أوجد** أربعة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$

....

....

② **اجمع** المقادير ٣أ − ٢ب + ٧جـ ، ٥ب − ٤أ − ٢جـ ، ٢أ − ٣جـ − ب

و**اطرح** الناتج من ٢أ − ٤ب + ٥جـ

....

....

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

[٢] أوجد حاصل ضرب كلاً مما يأتي :

① (س + ١)(س + ٢)
② (س + ٢)(س + ٣)
③ (س + ٣)(س + ٥)
④ (س + ٣)(س − ٤)
⑤ (س − ٤)(س + ٥)
⑥ (س − ٣)(س − ٥)
⑦ (أ + ب)(٢أ + ب)
⑧ (س + ص)(٢س − ٣ص)
⑨ (٢م + ٣ن)(٢م − ن)
⑩ ٢(٢س^{٢} + ١)(س^{٢} + ٣)

[٣] أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب المقادير الآتية :

① (٢س − ٣)(٣س + ١)
② (٣أ + ٤)(٢أ − ٥)
③ (٢س − ٣)(س + ٥)
④ (٢أ + ب)(٣أ − ٢ب)
⑤ (٣أ + ١)(٢ + ٥أ)
⑥ (أ − ب)(٧ب − أ)
⑦ (٢س + ٣ص)(٤س + ص)
⑧ ($\frac{١}{٢}$ س + ٣)(٢س − ٦)

[٤] أوجد بمجرد النظر ناتج ما يأتي :

① (س + ١)^{٢}
② (س − ٣)^{٢}
③ (٢س − ٣)^{٢}
④ (٤ − ص)^{٢}
⑤ (أ + ٢ب)^{٢}
⑥ (٣م − ٤ن)^{٢}
⑦ (٢س + ٥ص)^{٢}
⑧ (٣أ − ٥ب)^{٢}

مسائل المستوى الثاني

[٥] اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① (س − ٤)(س − ....) = س^{٢} − ١٦ [١٢ أو −١٢ أو ٤ أو −٤]

② (أ + ٣)(أ − ٣) = ... [أ^{٢} أو أ^{٢} − ٦ أو أ^{٢} + ٩ أو أ^{٢} − ٩]

③ (أ + ٣)^{٢} = أ^{٢} + ٦أ + ... [٦ أو ٩ أو ٦أ أو ٩أ^{٢}]

④ (س − ٢ص)(س + ٢ص) = س^{٢} − ....

[−٤ص^{٢} أو ٦س ص − ٤ص^{٢} أو ٤س ص − ٤ص^{٢} أو ٤ص^{٢}]

⑤ (س + ص)^{٢} − (س − ص)^{٢} = ...

[٤س ص أو −٤س ص أو ٢ص^{٢} أو صفر]

⑥ حاصل ضرب (أ + ٢) في (أ^{٢} + ٢أ − ٣) يكون مقدار من الدرجة ....

[الأولى أو الثانية أو الثالثة أو الرابعة]

⑦ ترتيب المقدار ٣س + ٤س^{٢} − ٥ بصورة صحيحة يكون على الصورة ....

[٤س^{٢} − ٥ + ٣س أو ٣س − ٥ + ٤س^{٢} أو ٤س^{٢} + ٣س − ٥]

⑧ حاصل ضرب (س − ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤) = ...

[س^{٣} − ٤ أو س^{٣} + ٤س^{٢} + ٨س + ٨ أو س^{٣} − ٨ أو س^{٣} + ٨]

⑨ إذا كان (٢س + ص)^{٢} = ٤س^{٢} + ك س ص + ص^{٢} فإن ك = ...

[٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨]

⑩ إذا كان (أ − ب)(٣أ + ب) = ٣أ^{٢} − ك أ ب − ب^{٢} فإن |ك| = ...

[−٢ أو ٢ أو −٣ أو ٤]

⑪ إذا كان (س − ٣)(س + ٣) = س^{٢} + ك فإن ك = ...

[٦ أو −٦ أو ٩ أو −٩]

⑫ إذا كان س^{٢} + ٢س − هـ = (س − ٢)(س + ٤) فإن هـ = ...

[٦ أو −٦ أو ٨ أو −٨]

⑬ إذا كان أ − ب = ٣ ، أ + ب = ٥ فإن أ^{٢} − ب^{٢} = ...

[٢ أو ١٦ أو ١٥ أو ٣٠]

⑭ إذا كان أ + ب = ٥ فإن أ^{٢} + ٢أ ب + ب^{٢} = ...

[٥ أو ١٠ أو ٥٥ أو ٢٥]

⑮ إذا كان س^{٢} = ٤ ، ص^{٢} = ١ فإن (س + ص)(س − ص) = ...

[١ أو ٣ أو ٤ أو ٥]

(١٦) إذا كان أ^٢ − ب^٢ = ٦ ، أ − ب = ٢ فإن أ + ب = ...

[٨ أو ١٢ أو ٤ أو ٣]

(١٧) (س + ص)^٢ − .... = س^٢ + ص^٢

[٢ س ص أو س ص أو ص^٢ أو س^٢]

(١٨) (أ + ب)^٢ − (..........)^٢ = ٤ أ ب

[أ − ب أو أ + ب أو أ^٢ + ب^٢ أو ٢ أ ب]

(١٩) ($\frac{١}{٢}$ س + ١)($\frac{١}{٢}$ س − ١) = ...

[س − ١ أو ٠,٢٥ س^٢ − ١ أو $\frac{١}{٤}$ س − ١ أو س^٢ − ١]

(٢٠) إذا كان (س + ص)^٢ = ٣٦ ، س^٢ + ص^٢ = ٢٦ فإن س ص = ...

[١٨ أو ١٢ أو ١٠ أو ٥]

(٢١) إذا كان ك − $\frac{١}{ك}$ = ٣ فإن ك^٢ + $\frac{١}{ك^٢}$ = ...

[١٨ أو ١٣ أو ١١ أو ٩]

---

(٦) أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية بمجرد النظر :

(١) (س − ٣)(س + ٣)
(٢) (س − ٥)(س + ٥)
(٣) (س + ص)(س − ص)
(٤) (٢ س + ٣ ص)(٢ س − ٣ ص)
(٥) (٤ أ − ب)(٤ أ + ب)
(٦) (٢ م + ٥ ن)(٢ م − ٥ ن)
(٧) (٥ س + ١)(٥ س − ١)
(٨) (٢ أ + ٤)(٢ أ − ٤)
(٩) (٥ أ − ٣ ب)(٥ أ + ٣ ب)
(١٠) ($\frac{١}{٢}$ أ − ٢ ب)($\frac{١}{٢}$ أ + ٢ ب)

---

(٧) أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :

(١) (س + ٢)(س^٢ + س + ١)
(٢) (ص + ١)(ص^٢ + ٢ ص + ٣)
(٣) (أ − ٢)(أ^٢ + أ + ٢)
(٤) (س + ٣)(س^٢ − ٢ س + ١)
(٥) (٢ س + ١)(س^٢ + ٢ س + ٢)
(٦) (٣ س + ٢)(٢ س^٢ + س + ٤)
(٧) (٢ + س)(س^٢ + ٣ س − ٢)
(٨) (س − ٣)(س^٢ − ٢ س − ٢)

(٨) اختصر لأبسط صورة :

(١) ٣ أ (٢ أ + ١) + (٢ أ + ٣)^٢
(٢) (س + ١)(س + ٢) + (س + ٤)^٢
(٣) (س − ١)^٢ + (س + ٢)(س + ٣)
(٤) (س + ٣)(س − ٤) − (س + ٢)^٢
(٥) (س + ١)(س + ٢)(س^٢ + ٢)
(٦) (أ + ١)(أ^٢ − أ + ٢) − (أ^٣ + ٢)
(٧) (س − ٤)^٢ − ١٦
(٨) (س − ٢)(س + ٢) − س (س + ٢)
(٩) (س + ١)^٢ − س (س + ١)
(١٠) ٢ أ (٣ أ + ب) + ٢ (أ − ب)^٢

---

(٩) اختصر المقدار الآتي لأبسط صورة (أ + ب)^٢ − (أ − ب)^٢ + أ (٢ أ − ب)

ثم **أوجد** القيمة العددية للمقدار عندما أ = −١ ، ب = ٢ [٤−]

---

(١٠) أوجد ناتج ضرب (٤ س + ٣) في (٣ س^٢ + س − ١)

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما س = −١ [١−]

---

(١١) أوجد ناتج ضرب (٢ س − ص) (٤ س^٢ + ٢ س ص + ص^٢)

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما س = ١ ، ص = ٢ [صفر]

---

(١٢) أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط ومساحة كل جزء مظلل من الأشكال الآتية :

(١)

(٢)

(٣)

---

(١٣) إذا كان (٢ − ص)^٣ = ٨ − ١٢ ص + ٦ ص^٢ − ص^٣ **فأوجد** قيمة (٢ − ص)^٤

(١٤) أوجد ناتج كل مما يأتى :

(١) (٤١)^{2} على الصورة (٤٠ + ١)^{2} (٢) (٤٩)^{2} على الصورة (٥٠ − ١)^{2}

(٣) ٢٠١ × ١٩٩ على الصورة (٢٠٠ + ١) (٢٠٠ − ١)

مسائل المتفوقين

(١٥) إذا كانت س = م + ٣ فاكتب المقادير الجبرية الآتية بدلالة م ثم اختصر المقدار الجبرى لأبسط صورة :

(١) س^{2} + ٥ س + ٢ (٢) ٣ س^{2} − ٢ س + ٧

(١٦) أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية بمجرد النظر :

(١) (٢ أ^{2} ب + ٣ هـ د^{2}) (٢ أ^{2} ب + ٣ هـ د^{2})

(٢) ($\frac{١}{٢}$ س + ٣ ص) (٢ س + $\frac{١}{٣}$ ص)

(١٧) اختصر لأبسط صورة :

(١) (٢ أ − ٥ ب) (٣ أ + ٢ ب) − (٢ أ + ٣ ب)^{2} + ٤ أ (٢ أ + ٣ ب)

(٢) ٣ (أ − ٢ ب) (أ + ٣ ب) − ٣ (أ − ب)^{2} − أ (٢ أ + ب) + ٦ ب^{2}

(١٨) اطرح أ + ٦ ب − ٣ هـ من حاصل جمع المقادير :

٦ أ − ٢ ب + ٢ هـ ، ٣ ب − ٢ أ − ٢ هـ ، ب − ٣ هـ − أ

ثم اضرب باقى الطرح فى ٢ أ + ب

ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كانت أ = −١ ، ب = ٢ (صفر)

(١٩) إذا كانت أ = ٣ س − ٤ ، ب = س + ٢ ، هـ = ٢ س − ٣

احسب قيمة المقدار أ ب − هـ^{2} عندما س = صفر

(٢٠) ثلاثة أعداد تكون أبعاد متوازى مستطيلات بالسنتيمترات فإذا كان العدد الأول س و الثانى يزيد عن الأول بمقدار ٢ ص و الثالث يزيد عن حاصل ضرب الأول فى الثانى بمربع الأول فأوجد حجم متوازى المستطيلات

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى فإننا نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على هذا الحد (المقسوم عليه)

لاحظ أنه عند قسمة كل حد من حدود المقدار الجبرى على المقسوم عليه فإننا نتبع الخطوات التى درسناها فى درس ضرب الحدود الجبرية و قسمتها وسيتضح ذلك من الأمثلة التوضيحية التالية :

أمثلة توضيحية

ملاحظة : جميع مسائل القسمة التى تدرس تكون ممكنة والمقسوم عليه لا يساوى صفر

مثال (١) أوجد خارج قسمة ٨ س^{2} + ٤ س على ٢ س

الحل

(٨ س^{2} + ٤ س) ÷ ٢ س = ٤ س + ٢

> لاحظ أن : العوامل الرمزية المتشابهة تحذف إذا كان لها نفس الأس ويجاورها رموز أخرى

حل آخر

(٨ س^{2} + ٤ س) ÷ ٢ س = $\frac{٨ س^{2}}{٢ س}$ + $\frac{٤ س}{٢ س}$ = ٤ س + ٢

أوجد خارج قسمة ٢أ^٣ + ٤أ^{٢}ب − ٦أب^٢ على ٢أ

الحل

$$\frac{٢أ^٣ + ٤أ^٢ب - ٦أب^٢}{٢أ} = \frac{٢أ^٣}{٢أ} + \frac{٤أ^٢ب}{٢أ} + \frac{-٦أب^٢}{٢أ}$$

$$= أ^٢ + ٢أب - ٣ب^٢$$

تذكر أن

+ ÷ + = +

− ÷ − = +

+ ÷ − = −

− ÷ + = −

أوجد خارج قسمة ٦س^{٥}ص^٣ + ٩س^{٣}ص^٤ − ٣س ص^٢ على −٣س ص^٢

الحل

$$\text{خارج القسمة} = \frac{٦س^٥ص^٣ + ٩س^٣ص^٤ - ٣س ص^٢}{-٣س ص^٢}$$

$$= \frac{٦س^٥ص^٣}{-٣س ص^٢} + \frac{٩س^٣ص^٤}{-٣س ص^٢} + \frac{-٣س ص^٢}{-٣س ص^٢}$$

$$= -٢س^٤ص - ٣س^٢ص^٢ + ١$$

ملاحظة

يمكن التأكد من صحة الحل بضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة لتحصل على المقسوم

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتى لإيجاد خارج قسمة كل مما يأتى :

① ١٢س^٣ − ٩س^٢ + ٦س على −٣س

$$\frac{١٢س^٣ - ٩س^٢ + ٦س}{-٣س} = \frac{١٢س^٣}{-٣س} + \frac{-٩س^٢}{-٣س} + \frac{٦س}{-٣س}$$

= .... + ... − ....

② $$\frac{٣أ^٢ب^٢ - ٦أب^٣ + ١٢أب^٢}{-٣أب^٢} = \frac{........}{-٣أب^٢} + \frac{-٦أب^٣}{........} + \frac{........}{........}$$

= ....

تمارين (١٢) على قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتى :

① ناتج جمع ٣أ + ٥ب ، ٢أ − ٣ب ، ب − ٤أ هو ....

② $\left(\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٥}\right)$ معكوس ضربى للعدد النسبى ....

③ المعكوس الضربى للعدد (٢)^{صفر} هو ... والمعكوس الضربى للعدد $\left|\frac{صفر}{-٣}\right|$ هو ...

④ العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٦}{٧}$ هو ....

(٤ درجات)

(ب) ① أوجد العدد النسبى الذى يقع فى خمس المسافة بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، ١ من جهة العدد الأول

....

....

② **اختصر** لأبسط صورة $\frac{٣}{٧} \times \frac{٥}{٩} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{٩} - \frac{٣}{٧}$ باستخدام خاصية التوزيع

....

....

(٣ درجات)

(جـ) ① ما المقدار اللازم أضافته إلى س^٢ − ٤س − ٣ ليكون الناتج ٢س^٢ + س − ٢

....

....

② **أوجد** فى أبسط صورة ناتج (س + ١)(س + ٢) + (س − ٢)^٢

....

....

(٣ درجات)

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ٦أ + ٨ب على ٢

② ٤أ^{٢} + ١٢أ على ٤أ

③ ٩أ^{٣}ب^{٢} − ١٢أ^{٢}ب^{٣} على ٣أ^{٢}ب

④ ١٥س^{٣}ص^{٢} − ٢٥س^{٢}ص على ٥س ص

⑤ ٩س^{٢} + ١٢س ص على ٣س

⑥ ٦أ^{٢}ب^{٣}هـ^{٥} + ٤أ^{٣}ب^{٤}هـ^{٣} على ٢أب^{٢}هـ^{٣}

---

(٣) أكمل ما يأتي :

① ٥أ − ١٠ على ٥ = ...

② (٦س^{٣} + ٢س) ÷ ٢س = ... + ...

③ (٦س^{٢} ÷ ٢س) + ٢س = ...

④ (٩ص^{٣} − ٣ص^{٢}) ÷ ٣ص = ...

⑤ (٥أ ÷ أ) + ... = صفر

⑥ (٦س^{٣}ص^{٣} + ...) ÷ ٢س ص = ... + ٣س

⑦ مستطيل طوله س ومساحته س^{٢} + س ص يكون عرضه ....

⑧ إذا كان $\left|\frac{\text{٦س}^{٢} + \text{٣س}}{-\text{٣س}}\right|$ = ك س + ١ فإن ك = ...

---

(٤) أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① (١٥أ + ٥) ÷ ٥ = ... [٣أ ، ١٠أ ، ٣أ + ١ ، ٤أ]

② (س^{٣} + س) ÷ س = ...

[س^{٢} ، س^{٢} + س ، س^{٢} + ١ ، س^{٢} − ١]

③ (٩أ^{٢} − ٣أ) ÷ (−٣أ) = ...

[−٣أ^{٢} ، −٣أ^{٢} + ١ ، ٣أ^{٢} + ١ ، −٢أ]

④ (٨أ^{٢}ب − ٤أب) ÷ ٤أب = ...

[٢أ ، ٢أ − ١ ، ٤أ ، ٤أ − ١]

⑤ (١٥س^{٢}ص − ....) ÷ ٣س ص = ٥س − ٢ص

[٦س ، ٦ص^{٢} ، ٦س ص^{٢} ، −٦س ص^{٢}]

⑥ إذا كانت س = −١ فإن $\left|\frac{\text{٤س}^{٢} - \text{٢س}^{٣}}{\text{٢س}}\right|$ = ...

[٣ ، −٣ ، −١ ، ١]

مسائل المستوى الثاني

(٥) أوجد خارج قسمة :

① $\frac{\text{١٢س}^{٢} - \text{٩س}}{\text{٣س}}$

② $\frac{\text{١٦أ}^{٣}\text{ب}^{٢} - \text{٢٤أ}^{٢}\text{ب}^{٢}}{\text{٤أ}^{٢}\text{ب}}$

③ $\frac{\text{١٥ن}^{٣} - \text{٩م}^{٤}\text{ن}^{٢}}{-\text{٣ن}^{٢}}$

④ $\frac{\text{١٨س}^{٤}\text{ص}^{٥} - \text{٤٢س}^{٥}\text{ص}^{٤}}{-\text{٦س}^{٢}\text{ص}^{٢}}$

⑤ $\frac{\text{٢٤س}^{٤} - \text{١٨س}^{٣} - \text{٤٢س}^{٢}}{\text{٦س}^{٢}}$

⑥ $\frac{\text{١٦س}^{٤}\text{ص}^{٢} - \text{٣٢س}^{٣}\text{ص}^{٣} + \text{٢٤س}^{٢}\text{ص}^{٤}}{\text{٨س}^{٢}\text{ص}}$

---

(٦) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ١٥س^{٥} + ١٨س^{٤} + ٢١س^{٣} على ٣س^{٣}

② ١٠س^{٢}ص + ١٥س^{٣} − ٥س^{٢}ع على ٥س^{٢}

③ ١٥س^{٢}ص + ٦س ص^{٢} − ٣س ص على ٣س ص

④ ١٨س^{٣}ص^{٣} − ١٢س^{٢}ص^{٢} + ٦س ص على −٦س ص

⑤ ٨س^{٤}ص + ١٢س^{٣}ص^{٢} − ١٦س^{٢}ص^{٣} على ٤س^{٢}ص

⑥ ٤٢أ^{٣}ب^{٥}هـ^{٤} − ٢١أ^{٢}ب^{٤}هـ^{٦} − ٧أ^{٢}ب^{٤}هـ^{٤} على −٧أ^{٢}ب^{٤}هـ^{٤}

⑦ ١٢ل^{٥}م + ٩ل^{٤}م^{٢} − ٦ل^{٣}م^{٣} − ٣ل^{٢}م^{٤} على ٣ل^{٢}م

⑧ ٨أب^{٣}هـ^{٥} − ٦أ^{٢}ب^{٢}هـ^{٤} + ٤أ^{٣}ب^{٤}هـ^{٣} على ٢أب^{٢}هـ^{٣}

(٧) اقسم ١٢س^{٣} + ٦س^{٢} - ٩س^{٢} على ٣س ثم اقسم الناتج على ٢س - س^{٢} + ٥

(٨) اقسم ٣س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س على ٣س ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = ١٠ [٩]

(٩) اقسم ١٠س^{٤}ص^{٢} - ٥س^{٣}ص^{٣} على ٥س^{٢}ص^{٢} ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = ٢ ، ص = -١ [٥]

(١٠) أطرح ٩س - ٣ص + ٥ع من خارج قسمة المقدار ٩س^{٢}ص ع - ٨س ص ع^{٢} + ٤س ص^{٢} ع على -٢س ص ع

(١١) اقسم المقدار ٤س^{٣} - ٧س^{٢} + ٦س ، ٣س^{٣} - ٣س - ٩س^{٢} بالصم الناتج على -٢س ثم أوجد قيمته العددية إذا كانت س = -٢ [٥٠]

(١٢) اقسم ناتج ضرب (٢س^{٢} + ٢س) (٤س^{٢} + س) على ٢س^{٢} ثم أوجد قيمة ناتج القسمة إذا كانت س = -١ [٣]

(١٣) أضف خارج قسمة المقدار ٤س^{٣}ص + ٢س^{٢}ص^{٢} - ٦س ص^{٣} - ٤س ص على -٢س ص إلى المقدار ٢س ص - س^{٢} - ٣ص^{٢}

مسائل التميز

(١٤) مستطيل مساحته ٨أ^{٢}ب^{٢} + ١٢أ^{٢}ب - ٨أب^{٢} وعرضه ٤أ^{٢}ب^{٢} من السنتيمترات أوجد طوله إذا كانت أ = ١ ، ب = ٢ [٣٥]

(١٥) إذا كانت أ = ٣س^{٢} ، ب = ٦س + ٣س^{٢} ، هـ = ٣س + ٩س^{٢} فأوجد قيمة $\frac{أ + ب + ٢هـ}{ب - أ}$ عندما س = -٢ [٣]

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

لإيجاد خارج قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر نتبع الخطوات الآتية :

(١) ترتيب حدود كلاً من المقسوم والمقسوم عليه ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس أحد الرموز المستخدمة (يفضل الترتيب التنازلي)

(٢) نقسم الحد الأول من المقسوم على الحد الأول من المقسوم عليه

(٣) نضرب خارج القسمة في جميع حدود المقسوم عليه

(٤) نطرح حاصل الضرب من المقسوم

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح باقي الطرح مساوياً للصفر أي لا يوجد باقي لخارج القسمة

وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :

أمثلة توضيحية

(١) أوجد خارج قسمة س^{٢} + ٢س - ٣ على س + ٣

الحل

(١) حدود كلاً من المقسوم (وهو س^{٢} + ٢س - ٣) والمقسوم عليه (وهو س + ٣) مرتبًا تنازليًا أي لا يحتاج إلى ترتيب

(٢) نقسم س^{٢} على س فيكون الناتج س

(٣) نضرب س في المقسوم عليه لنحصل على

(٤) نطرح س^{٢} + ٣س من س^{٢} + ٢س - ٣ لنحصل على

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح باقي الطرح مساوياً للصفر

س + ٣	س^{٢} + ٢س - ٣
س - ١	±س^{٢} ± ٣س
	- س - ٣
	∓ س ∓ ٣
	٠ ٠

∴ خارج القسمة = س - ١

لاحظ أن : الحدود المتشابهة تكتب أسفل بعضها

مثال ١ أوجد خارج قسمة ٢س^{3} − ٣س^{2} − ١٠س + ١٥ على س^{2} − ٥

الحل

٢س^{3} − ٣س^{2} − ١٠س + ١٥	س^{2} − ٥
± ٢س^{3} ∓ ١٠س	٢س − ٣
− ٣س^{2} + ١٥	
∓ ٣س^{2} ± ١٥	
٠ ٠	

∴ خارج القسمة = ٢س − ٣

مثال ٢ أوجد خارج قسمة أ^{3} − ١٢أ − أ^{2} + ٨٠ على أ^{2} − ٣أ + ٤٠

الحل

أ^{3} − أ^{2} − ١٢أ + ٨٠	أ^{2} − ٣أ + ٤٠
± أ^{3} ∓ ٣أ^{2} ± ٤٠أ	أ + ٢
٢أ^{2} − ١٩أ + ٨٠	
± ٢أ^{2} ∓ ١٩أ ± ٨٠	
٠ ٠ ٠	

لاحظ أن: يمكن ترتيب حدود المقسوم والمقسوم عليه تنازلياً قبل إجراء عملية القسمة

∴ خارج القسمة = أ + ٢

مثال ٤ أوجد خارج قسمة س + ٢٠ + ٨س^{2} + ٩س^{4} على ٢ − س + ٣س^{2}

الحل

٩س^{4} + ٨س^{2} + س + ٢٠	٣س^{2} − س + ٢
± ٩س^{4} ∓ ٣س^{3} ± ٦س^{2}	٣س^{2} + س + ١٠
+ ٣س^{3} + ٢س^{2} + س + ٢٠	
± ٣س^{3} ∓ س^{2} ± ٢س	
+ ٣٠س^{2} − س + ٢٠	
± ٣٠س^{2} ∓ ١٠س ± ٢٠	
٠ ٠ ٠	

∴ خارج القسمة = ٣س^{2} + س + ١٠

لاحظ أن: عند الترتيب لا يوجد حد يحتوي على س^{3} لذلك نترك له مكان خالي لأن هذا الحد سيظهر في الخطوات التالية

مثال ٥ أوجد قيمة م التي تجعل المقدار ٦س^{3} − ٥س^{2} − ١٤س + م يقبل القسمة على ٢س − ٣ بدون باقٍ

الحل

٦س^{3} − ٥س^{2} − ١٤س + م	٢س − ٣
± ٦س^{3} ∓ ٩س^{2}	٣س^{2} + ٢س − ٤
+ ٤س^{2} − ١٤س + م	
± ٤س^{2} ∓ ٦س	
− ٨س + م	
∓ ٨س ± ١٢	
م − ١٢	

∴ م − ١٢ = صفر ∴ م = ١٢

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتي لإيجاد خارج قسمة:

س^{٢} − ٣ س − ١٠ على س + ٢ حيث س ≠ −٢

الحل

س^{٢} − ٣ س − ١٠	س + ٢	(نقسم)
....	س −	(نضرب)
− ٥ س − ١٠		(نطرح)
....		(نكرر)
....		

∴ خارج القسمة = ...

تدريب (٢)

إذا كان ٢ س^{٢} − ٣ س + ٥ أحد عاملي المقدار:

٦ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٩ س + ١٠ فأكمل ما يأتي لإيجاد العامل الآخر

الحل

٦ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٩ س + ١٠	٢ س^{٢} − ٣ س + ٥	(نقسم)
٦ س^{٣} − ...... + ...	...... + ٢	(نضرب)
.... − ٦ س + ...		(نطرح)
.... − ...... + ١٠		
. . .		

∴ خارج القسمة = ...

نماذج (١٣) على قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

أولاً: راجع معنا واختبر نفسك — ½ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتي:

① المعكوس الضربي للعدد − ٣ $\frac{١}{٢}$ هو ....

② إذا كان (س − ٤)(س + ٤) = س^{٢} − ك فإن ك = ...

③ (س + ٤)(٢ س − ١) = ...

④ (٢ س − ٣ ص)^{٢} = ٤ س^{٢} ....

٤ درجات

(ب) ① ما زيادة المقدار ٣ س^{٢} − ٤ + ٥ س عن مجموع المقدارين ٦ س − ٤ س^{٢} − ٢ ، ٨ س^{٢} − ٦ س − ١

....

....

....

② استخدم خاصية التوزيع لإيجاد الناتج $\frac{٣}{٧}$ × ٩ + $\frac{٣}{٧}$ × ٦ + (− $\frac{٣}{٧}$)

....

....

٣ درجات

(جـ) ① أوجد خارج قسمة المقدار ١٥ س^{٢} ص^{٣} − ١٨ س^{٢} ص^{٢} + ٣ س ص على ٣ س ص

....

....

② أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٥}{٦}$

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجـب عـما يـأتـى :

مسائل المستوى الأول

(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(١) إذا كان المقدار س^{٢} + ٣ س + م يقبل القسمة على س + ١ فإن م = ...
[١ ، ٢ ، ٤ ، ٦]

(٢) إذا كان المقدار س^{٢} + ٧ س + م يقبل القسمة على س + ٢ فإن م = ...
[١٠ ، ٢ ، ٦ ، ٨]

(٣) إذا كان المقدار س^{٢} + ٨ س + م يقبل القسمة على س + ٥ فإن م = ...
[١٨ ، –١٨ ، ١٥ ، –١٥]

(٤) إذا كان خارج قسمة س^{٢} + س – ١٢ على س + ك هو س – ٣ فإن ك = ...
[٢ ، ٤ ، –٤ ، –٩]

(٣) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر) :

(١) س^{٢} + ٣ س + ٢ على س + ١
(٢) س^{٢} + ٥ س + ٦ على س + ٢
(٣) س^{٢} + ٩ س + ٢٠ على س + ٤
(٤) س^{٢} – ٥ س – ١٤ على س – ٧
(٥) س^{٢} – ٨ س + ١٢ على س – ٦

(٤) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر) :

(١) ٢ س^{٢} – ١١ س + ١٥ على س – ٣
(٢) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥ على س + ٥
(٣) ٦ س^{٢} – ١١ س – ١٠ على ٢ س – ٥
(٤) ٦ س^{٢} – ٥ س – ٦ على ٢ س – ٣
(٥) ٤ س + ٤ س^{٢} – ١٥ على ٢ س + ٥

مسائل المستوى الثانى

(٥) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) س^{٣} + ٣ س + ٣ س^{٢} + ٢ على س + ٢
(٢) س^{٣} + ٨ س – ٥ س^{٢} – ٤ على س – ٢
(٣) ٢ س^{٣} – ٢٢ س – ١٥ – ٥ س^{٢} على ٢ س + ٣
(٤) س^{٣} + ٨ – س^{٢} – ٢ س على س^{٢} – ٣ س + ٤
(٥) ٦ أ^{٣} – ٩ أ + ١٠ – ١٣ أ^{٢} على ٢ أ^{٢} – ٣ أ – ٥

(٦) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) س^{٣} – ٧ س + ٦ على س + ٣
(٢) ٣ س^{٣} – ٤ س + ١ على س – ١
(٣) ٣ س^{٢} + س^{٣} – س – ٣ على س^{٢} – ١
(٤) ٥ س + س^{٣} + ٣ س^{٢} + ٣ على س^{٢} + ٣ + ٢ س
(٥) س^{٢} – ١٩ س + ٢ س^{٣} + ١٠ على ٣ س + س^{٢} – ٢
(٦) س^{٣} – ٨ س^{٢} + ٢ س^{٤} – ١٢ + ١٧ س على س^{٢} – ٣ + ٢ س
(٧) س^{٤} + ٣ س^{٢} + ٢ على س^{٢} + ١
(٨) أ^{٤} + ٤٩ – ١٨ أ^{٢} على ٢ أ – ٧ + أ^{٢}
(٩) ٢٧ س^{٢} – ٤ – ٩ س^{٤} على ٣ س^{٢} – ٢ + ٥ س
(١٠) س^{٣} + ١ على س + ١

(٧) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) ٦ س^{٢} + ١٣ س ص + ٦ ص^{٢} على ٢ س + ٣ ص
(٢) ٦ س^{٢} + ٧ س ص – ٢٠ ص^{٢} على ٣ س – ٤ ص
(٣) أ^{٤} – ١٠ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} على أ^{٢} + ٢ أ ب – ٣ ب^{٢}
(٤) ٨ س^{٣} + ٢٧ ص^{٣} على ٢ س + ٣ ص

(٨) (١) إذا كان ٢ أ^{٢} + ٥ أ − ٣ أحد عاملي المقدار ٢ أ^{٣} + ١١ أ^{٢} + ١٢ أ − ٩

فأوجد العامل الآخر

(٢) إذا كان س^{٢} + ٣ س + ٣ أحد عاملي المقدار س^{٣} − س^{٢} − ٩ س − ١٢

فأوجد العامل الآخر

(٩) (١) أوجد قيمة ك التي تجعل المقدار ٢ س^{٣} − س^{٢} − ٥ س + ك

يقبل القسمة على ٢ س − ٣ بدون باقي [٣]

(٢) أوجد قيمة هـ التي تجعل المقدار ٦ س^{٣} − ١٣ س^{٢} − ١٣ س + هـ

يقبل القسمة على ٣ س − ٥ بدون باقي [٣٠]

(٣) أوجد قيمة م التي تجعل المقدار ٦ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٦ س + م

يقبل القسمة على ٢ س^{٢} − ٣ س + ٤ بدون باقي حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٨]

(٤) أوجد قيمة م التي تجعل المقدار س^{٤} + ٢ س^{٣} − ٤ س^{٢} − ٦ س + م

يقبل القسمة على س^{٢} + ٢ س − ١ بدون باقي حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٣]

(٥) أوجد قيمة م التي تجعل المقدار س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٢٥ س + م

يقبل القسمة على س^{٢} + ٤ س + ٣ بدون باقي حيث المقسوم عليه ≠ صفر [−٢١]

مسائل المتفوقين

(١٠) مستطيل مساحته (٢ س^{٣} + ٧ س^{٢} − ١٥ س) سم^{٢} وطوله (س + ٥) سم

أوجد عرضه ثم احسب محيطه إذا كانت س = ٣ سم [٢٢ سم]

(١١) متوازي مستطيلات حجمه (٣ س^{٣} + ١١ س^{٢} + ٦ س) سم^{٣} إذا كان عرضه (س + ٣) سم فأوجد طوله وارتفاعه ثم احسب محيطه إذا كانت س = ٢ [٣٢ سم]

(١٢) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى المقدار ٢ أ^{٣} + ٧ أ − ٢٠ لأصبح الناتج يقبل القسمة على المقدار أ + ٥ [٥]

التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

تذكر خاصية توزيع الضرب على الجمع

فمثلاً: ٤ (أ + ب) = ٤ أ + ٤ ب

وإذا أجرينا العملية بصورة عكسية فإن ٤ أ + ٤ ب = ٤ (أ + ب)

فتسمى هذه العملية العكسية بالتحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى للمقدار الجبري.

لتحليل المقدار الجبري بإخراج العامل المشترك الأعلى نتبع الخطوات الآتية

(١) نوجد العامل المشترك الأعلى (ع . م . أ) بين حدود المقدار الجبري (بأن نوجد العامل المشترك الأعلى للعوامل العددية مع أخذ كل رمز متكرر في جميع الحدود بأصغر أس له)

(٢) نضع العامل المشترك الأعلى خارج قوسين

(٣) نوجد خارج قسمة كل حد من حدود المقدار الجبري على العامل المشترك الأعلى ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين

أمثلة توضيحية

مثال (١) حلل بإخراج العامل المشترك الأعلى:

(١) ٢ س + ٢ ص − ٢ ع (٢) ٣ س^{٢} ص − ١٢ س ص

(٣) ٢ س ص^{٣} ع^{٢} + ٤ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢} − ٨ س^{٣} ص ع^{٢}

الحل

(١) ع . م . أ هو ٢ ∴ المقدار = ٢ (س + ص − ع)

(٢) ع . م . أ هو ٣ س ص ∴ المقدار = ٣ س ص (س − ٤)

(٣) ع . م . أ هو ٢ س ص ع^{٢} ∴ المقدار = ٢ س ص ع^{٢} (ص^{٢} + ٢ س ص − ٤ س^{٢})

٢ حلل بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ س (م + ن) + ص (م + ن)

٢ أ (ل − هـ) + ب (هـ − ل)

الحل

١ ع . م . أ هو (م + ن)

∴ المقدار = (م + ن) (س + ص)

لاحظ أن:

(هـ − ل) = − (ل − هـ)

(هـ + ل) = (ل + هـ)

٢ أ (ل − هـ) + ب (هـ − ل) = أ (ل − هـ) − ب (ل − هـ)

∵ ع . م . أ هو (ل − هـ)

∴ المقدار = (ل − هـ) (أ − ب)

٣ أوجد ناتج ما يلي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ١٥ × ٢٧ + ١٥ × ٧٣

٢ (٩٩)^{٢} + ٩٩

٣ ٨ × ٧٧ + ٨ × ٣٣ − ٨ × ١٠

٤ ٢ × (١٠)^{٢} + ٤ × ١٠ − ٨ × ١٠

الحل

١ ع . م . أ = ١٥ ∴ المقدار = ١٥ (٢٧ + ٧٣) = ١٥ × ١٠٠ = ١٥٠٠

٢ ع . م . أ = ٩٩ ∴ المقدار = ٩٩ (٩٩ + ١) = ٩٩ × ١٠٠ = ٩٩٠٠

٣ ع . م . أ = ٨ ∴ المقدار = ٨ (٧٧ + ٣٣ − ١٠) = ٨ × ١٠٠ = ٨٠٠

٤ ع . م . أ = ٢ × ١٠ ∴ المقدار = ٢ × ١٠ (١٠ + ٢ − ٤) = ٢٠ × ٨ = ١٦٠

٤ اختصر لأبسط صورة:

١ $\frac{\text{س}^{٢}\text{ص} + \text{س ص}^{٢}}{\text{س ص}}$ (حيث س ، ص ≠ ٠)

٢ $\frac{(٩)^{٢} - ٢ \times ٩ + ٩}{٩}$

٣ $\frac{٣(٨)^{٢} + ٥ \times ٨ - ٨}{١٦}$

الحل

١ $\frac{\text{س}^{٢}\text{ص} + \text{س ص}^{٢}}{\text{س ص}} = \frac{\text{س ص (س + ص)}}{\text{س ص}}$ = س + ص

٢ $\frac{(٩)^{٢} - ٢ \times ٩ + ٩}{٩} = \frac{٩ (٩ - ٢ + ١)}{٩} = ٨$

٣ $\frac{٣(٨)^{٢} + ٥ \times ٨ - ٨}{١٦} = \frac{٨ (٣ \times ٨ + ٥ - ١)}{١٦} = \frac{٢٨}{٢} = ١٤$

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لتحليل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٢س + ٤ص = ... (س + ...)

٢ ٣س^{٢} + ٦س = ٣س (...... + ...)

٣ ٢أ^{٤} + ٤أ^{٣} − ٢أ^{٢} = ... (...... + ٢أ − ......)

٤ ٩أ^{٣}ب + ٦أ^{٢}ب^{٢} − ٣أب^{٣} = ... (...... + ... − ب^{٢})

٥ ٥ل^{٤}م^{٣}ن + ١٠ل^{٣}م^{٢}ن^{٢} − ١٥ل^{٣}م^{٢}ن^{٤} = ... (...... + ... − ......)

تمارين (١٤١) على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — ١٠ — ½ ساعة امتحان ومراجعة

(١) (أ) أكمل ما يأتي :

(١) المقدار ٣ س^{٢} + ٦ − ٥ س يزيد عن ٢ س^{٢} − ٤ س + ١ بمقدار ....

(٢) العددان ..... ، ..... يقعان بين $\frac{٤}{٥}$ ، | −٠,٧ |

(٣) عدد عوامل العدد ٢ س^{٣} يساوى ....

(٤) ($\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٢}{٣}$) + ($\frac{١٤}{٣}$ × $\frac{٣}{٧}$) = ...

٤ درجات

(ب) أوجد فى أبسط صورة :

(١) ناتج (أ − ٢ ب) (أ + ٢ ب) + ٢ (أ + ب)^{٢}

....

....

....

(٢) خارج قسمة س^{٣} ص − ٣ س ص + ٢ س^{٢} ص^{٢} − ٤ س ص على − س ص

....

....

٣ درجات

(جـ) (١) أوجد خارج قسمة س^{٢} + ٣ س + ٢ على س + ١

....

....

....

....

....

(٢) أوجد باستخدام خاصية التوزيع ناتج $\frac{٩}{٥}$ × ١٧ − $\frac{٩}{٥}$ × ٨ − $\frac{٩}{٥}$ × ٤

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

(٢) حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

(١) ٢ س + ٤ (٢) ٣ س^{٢} + ٦

(٣) ٤ س + ٨ ص (٤) ص^{٢} + ص

(٥) ٥ س^{٣} − س^{٢} (٦) ١٥ س^{٢} + ٣ س

(٧) ٢ أ س + ٤ ب س (٨) ٣ س ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص

(٩) ٥ س^{٢} ص^{٢} + ١٠ س ص (١٠) ٤ أ^{٣} ب^{٢} + ٨ أ^{٢} ب

(٣) أكمل ما يأتى :

(١) ع . م . أ للحدين الجبريين ٢ س^{٢} ، ٤ س^{٣} هو ....

(٢) ع . م . أ للمقدار ٣ س ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص هو ....

(٣) ٢ م ن + ٤ ك ن = ... (م + ...)

(٤) ٥ أ^{٢} ب^{٢} + ١٥ أ ب = ... (......... + ٣)

(٥) ١٢ أ^{٣} ب + ٨ أ^{٢} ب^{٣} − ١٦ أ^{٢} ب^{٢} = ... (....... + ... − ٤ ب)

(٦) .... + ٢ أ ب = ٢ أ ب (٣ أ ب + ...)

مسائل المستوى الثانى

(٤) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) العامل المشترك الأعلى للمقدار ٤ س + ٨ س^{٢} هو ....

[٤ أو ٢ س أو ٤ س أو ٤ س^{٢}]

(٢) العامل المشترك الأعلى للمقدار ٥ س^{٢} ص^{٣} + ٥٥ س^{٣} ص^{٢} هو ....

[٥ س ص أو ٥ س^{٢} ص^{٢} أو ٥٥ س ص أو ٥ س^{٣} ص^{٣}]

(٣) ٢ س^{٣} − ٤ س^{٢} = ... (س − ٢)

[٢ س أو ٢ س^{٢} أو ٤ س أو ٤ س^{٢}]

④ إذا كان أ + ب = ٤ فإن القيمة العددية للمقدار أ (أ + ب) + ب (أ + ب) = ...
[٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٦]

⑤ إذا كان أ + ب = ٥ ، س − ص = ٤ فإن القيمة العددية للمقدار
س (أ + ب) − ص (أ + ب) = ... [٩ ، ١ ، ٢٠ ، −١]

⑥ ٢ أ^{٢} + ٢ ب^{٢} = ...
[٢ (أ + ب)^{٢} ، ٢^{٢} (أ + ب) ، ٢ (أ^{٢} + ٢ ب^{٢}) ، ٢ (أ^{٢} + ب^{٢})]

⑦ (٧٥)^{٢} + ٧٥ × ٢٥ = ١٠٠ × ...... [٢٥ ، ٧٥ ، ١٠٠ ، ٧٥٠٠]

⑧ ٦ + ٦^{٢} = ٦ × ...... [١ ، ٦ ، ٧ ، ٣٦]

⑤ حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

① − ٢ س^{٥} + ٤ س^{٢} − ٦ س + ٢ س^{٣}
② ٢ س ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص − ٨ س^{٢} ص^{٢}
③ ٣ أ^{٢} ب − ٦ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ أ^{٣} ب^{٢}
④ ٢٤ س ص − ٨ س^{٢} + ١٢ س^{٢} ص
⑤ ١٠ أ^{٤} ب^{٢} + ١٥ أ^{٥} ب^{٤} − ٣٠ أ^{٣} ب^{٣}
⑥ ٥ أ^{٤} س − ١٠ أ^{٣} س^{٢} + ٢٥ أ^{٢} س
⑦ ٩ س^{٢} ص^{٥} − ٢٧ س^{٤} ص^{٤} − ١٨ س^{٥} ص^{٣}
⑧ ٦ أ^{٣} ب^{٣} هـ^{٢} − ٣ أ^{٢} ب^{٤} هـ^{٢} + ٦ أ^{٢} ب^{٢} هـ
⑨ ٨ س^{٣} ص^{٣} ع^{٢} + ١٦ س^{٢} ص^{٤} ع^{٢} − ٢٤ س^{٢} ص^{٢} ع^{٣}
⑩ ١٤ أ ب هـ^{٣} + ١٨ أ^{٢} ب^{٢} هـ^{٢} − ٢ أ ب هـ
⑪ ١٢ س^{٢} ص ع − ١٨ س ص^{٢} ع − ٣٠ س ص ع
⑫ ٢ أ ب^{٢} هـ^{٣} + ٦ أ^{٣} ب^{٢} هـ + ٨ أ ب^{٢} هـ
⑬ ٦ ل م^{٢} ن^{٣} − ٤ ل^{٢} م^{٣} ن^{٢} + ١٢ ل^{٣} م^{٤} ن
⑭ ٥ س^{٤} ص^{٢} ع^{٢} + ١٠ س^{٣} ص^{٣} ع^{٢} − ١٥ س^{٢} ص^{٤} ع^{٢}
⑮ − ٣ ل^{٥} م^{٢} ن^{٢} − ٩ ل^{٤} م^{٣} ن^{٣} − ٦ ل^{٣} م^{٢} ن^{٢}
⑯ ١٨ أ^{٢} ب هـ − ٦ أ ب هـ + ٣٠ أ ب هـ^{٢} − ٢٤ أ ب^{٢} هـ^{٢}

⑥ حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

① ٥ (أ + ٢) + ب (أ + ٢)
② ص (س − ١) + ٣ (س − ١)
③ ٦ (س + ص) + ١٢ أ (س + ص)
④ أ (س − ٢) + ب (٢ − س)
⑤ س (أ + ب) + ص (ب + أ)
⑥ ٣ س^{٢} (أ + ٢ ب) − ٦ س (أ + ٢ ب)
⑦ س (أ − ب) + ص (ب − أ)
⑧ ل (س − ص) − م (ص − س)
⑨ ٣ س (أ + ب) + ٧ (أ + ب)
⑩ (س + ٤) س^{٢} + (س + ٤) ص^{٢}

⑦ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة كل من المقادير الآتية :

① ٢٧ × ٦٥ + ٢٧ × ٣٥
② ٤٥ × ٧٣ + ٤٥ × ٢٧
③ ١٥ × ٤٣ − ١٥ × ٣٣
④ (٥٨)^{٢} + ٥٨ × ٤٢
⑤ (٣٦)^{٢} + ٣٦ × ٦٤
⑥ (٣٤٢)^{٢} + ٣٤٢ × ٦٥٨
⑦ ١٣ × ٦ + ١٣ × ٣ + ١٣
⑧ ٣٨ × ٤٠ + ٣٨ × ٦٨ − ٣٨ × ٨
⑨ ٦٩ × ٦١ + ٦٩ × ٧٢ − ٦٩ × ٣٣
⑩ ٧ × ١٢٣ + ٧ × ٣٥ − ٧ × ١٨
⑪ (٢١)^{٢} + ٢١ × ٣٣ − ٢١ × ٤٤
⑫ ٥ (٤٨)^{٢} + ٧ × ٤٨ + ٥٣ × ٤٨
⑬ ٦ × ١٥^{٢} + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥
⑭ (٥٥ × ٢٠ + ٥٥ × ٣٠) + (٤٥ × ٢٤ + ٤٥ × ٢٦)

⑧ أختصر لأبسط صورة (حيث أ ، ب ، هـ ، س ، ص ≠ ٠)

① (س^{٣} ص + س ص^{٣}) / (س ص) [س^{٢} + ص^{٢}]
② (أ^{٣} ب هـ^{٢} + أ ب^{٣} هـ^{٢}) / (أ ب هـ^{٢}) [أ^{٢} + ب^{٢}]
③ (٢ أ^{٢} ب + ٢ أ ب^{٢}) / (٢ أ + ٢ ب) [أ ب]
④ ((١٢)^{٢} − ٢ × ١٢ + ١٢) / ٢٢ [٦]
⑤ (٥ (٧)^{٢} + ٤ × ٧ + ٧) / ٧ [٤٠]
⑥ ((١٣)^{٢} − ٦ × ١٣ + ١٣) / ٨ [١٣]

⑨ إذا كان أ − ٣ ب = − ٢ فأوجد باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى
القيمة العددية للمقدار : | ٢ أ (أ − ٣ ب) − ٦ ب (أ − ٣ ب) | [٨]

مسائل المتفوقين

١٠ حل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

(١) ٢ أ^{٢} ب (٢ س + ٣ ص) − ٤ أ ب (٢ س + ٣ ص)

(٢) ٥ أ^{٢} ب^{٣} (٥ س + ٤ ص) − ١٥ أ^{٣} ب^{٢} (٥ س + ٤ ص)^{٢}

(٣) ٣ أ ب^{٢} (٢ ص − س) − ٦ أ^{٢} ب (س − ٢ ص)^{٢}

(٤) ٣ س^{٢} (س − ٧) + ٢ س (س − ٧) + ٥ (س − ٧)

(٥) ٤ م^{٢} (٢ س + ص) − ٣ م (٢ س + ص) − ٧ (٢ س + ص)

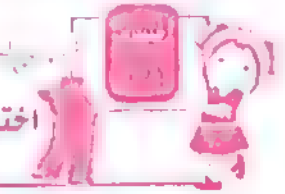
الماهـــر فى الرياضيات
للمرحلة الإبتدائية

يحتوى على شرح كامل بالتفصيل يساعد ولى الامر على الفهم
ويساعد المعلم على الشرح ويساعد الطالب على التدريب

موقع الماهـــر فى الرياضيات

www.elmaher.org

و يحتوى على امتحانات اضافية من السنوات السابقة مع كثير من الموضوعات



اختبارات مراجعة على ما سبق

نموذج (١) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١ أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (١٠ درجات)

① ٣ أ + أ = ... [٢ أ ، ٤ أ^{٢} ، ٤ أ ، ٣ أ]

② ٣ ب^{٢} × −٥ ب^{٣} = ... [−٨ ب^{٥} ، ١٥ ب^{٥} ، −١٥ ب^{٥} ، −١٥ ب^{٦}]

③ (س − ٣) (ص + ٣) = ...

[ص^{٢} + ٦ ، ص^{٢} − ٩ ، ص^{٢} + ٩ ، ص^{٢} − ٦]

④ −٤ س^{٢} ص^{٣} ÷ ٢ س ص = ... حيث س ، ص ≠ ٠

[−٢ س^{٣} ص^{٤} ، ٢ ص^{٢} ، −٢ س ص^{٢} ، −٢ س^{٤} ص^{٢}]

⑤ إذا كان العدد النسبى $\frac{٦ - س}{س - ٧}$ = صفر فإن س = ...

[٧ ، −٧ ، ٦ ، −٦]

٢ (أ) أوجد ناتج : (٨ درجات)

① (٢ س + ٧) (٣ س − ٥)   ② $\frac{٢}{٣}$ × (٢ + $\frac{١}{٢}$) − | − $\frac{١}{٦}$ |

(ب) أوجد خارج قسمة ٣٧ س^{٢} − ٤ − ٩ س^{٤} على ٣ س^{٢} − ٢ + ٥ س

٣ (أ) اجمع ٢ س^{٢} − ٣ س + ٥ ، ٤ س − ٣ س^{٢} − ٤ (١٢ درجة)

(ب) ما زيادة س^{٢} − ٥ س − ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣

(جـ) اختصر المقدار الآتى لأبسط صورة :

٣ أ (٤ أ − ١) + ٢ أ (أ + ٣) − ٥ أ (٢ أ − ١)

الوحدة الثالثة

الإحصاء

نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

(١) أكمل ما يأتي : (١٠ درجات)

(١) إذا كان المقدار ٢ $س^{٣}$ − $س^{٢}$ − ٥ س + ك يقبل القسمة على ٢ س − ٣ فإن ك = ...

(٢) الأعداد .... ، .... ، .... تقع بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٧}$

(٣) $٨\frac{٢}{٣} + \left(-٥\frac{١}{٦}\right) =$ ....

(٤) العدد الذي يقع في ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٤}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ من جهة العدد الأصغر ....

(٥) $\left[\frac{٥}{٦} + \left(\frac{-٣}{٤}\right)\right] + \left(\frac{٧}{١٢} - \frac{٥}{٩}\right) =$ ....

(٢) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (٨ درجات)

(١) ٦ $س^{٢}$ × ٢ $س^{٣}$ = ... [٨ $س^{٦}$ أو ٨ $س^{٥}$ أو ١٢ $س^{٦}$ أو ١٢ $س^{٥}$]

(٢) ٧ س + ٤ س = ... [٢٨ س أو ١١ $س^{٢}$ أو ١١ س أو ٢٨ $س^{٢}$]

(٣) $(-١٨)^{٥}$ ÷ ...... = $(٣)^{٢}$ [$(٦)^{٢}$ أو $(٦)^{٣}$ أو $(-٦)^{٣}$ أو $(-٦)^{٢}$]

(٤) ٢ س يزيد عن −٧ س بمقدار .... [−٩ س أو −٥ س أو ٥ س أو ٩ س]

(٣) (١٢ درجة)

(أ) من ٦ $س^{٢}$ + ٧ س − ٨ اطرح ٢ $س^{٢}$ − ٥ س + ٤

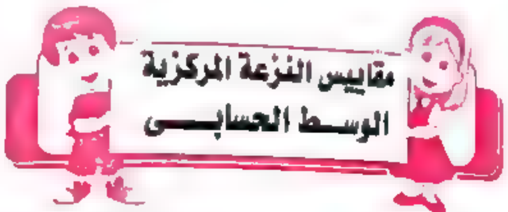
(ب) استخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع لتسهيل إيجاد ناتج :

$\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٥ + \frac{٤}{٩}$

(جـ) أوجد حاصل جمع المقدارين الجبريين الآتيين :

٥ $س^{٣}$ − ٣ $س^{٢}$ − ٥ س + ٤ ، ٣ $س^{٣}$ + ٧ $س^{٢}$ − ٥ س − ٤

الوحدة الثالثة



مقاييس النزعة المركزية
الوسط الحسابى

بالنظر إلى بعض القيم (أو الأعداد) التى تعبر عن بعض الظواهر نلاحظ أن أغلبها تقترب من بعضها وتقترب من قيمة معينة

فمثلاً أطوال طلاب فصلك تقترب من قيمة معينة ولتكن ١٥٠ سم ونلاحظ أن القيمة تزيد عنها أو تنقص عنها ولكن غالبيتها تتراكم وتقترب من هذه القيمة أى لا تجد مثلاً أطوال ٣٠ سم أو ٥٠ سم أو ٢٠٠ سم ويمكن أن نجد : ١٠٠ سم أو ١٢٠ سم أو ١٧٠ سم لكن بأعداد قليلة من الطلبة أما معظم القيم فقريبة من ١٥٠ سم هذه القيمة تسمى **مركز القيم**

وأغلب القيم يكون لها نزعة إحصائية نحو المركز (أى تقترب من المركز)

ويكون الطلاب الذين لهم أطوال بعيدة عن المركز أعدادهم قليلة ولدراسة ومعرفة هذه الظواهر يمكن قياسها بمقاييس تسمى **"مقاييس النزعة المركزية"** ومن مقاييس النزعة المركزية المتوسط (الوسط) الحسابى والوسيط والمنوال

المتوسط (الوسط) الحسابى

هو أبسط المتوسطات جميعاً وأكثرها تداولاً وهو القيمة التى لو أعطيت لكل مفردة من مفردات المجموعة لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية ويمكن حسابه بجمع قيم المفردات كلها ثم تُقسم على عدد المفردات

أى أن الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد القيم}}$

فمثلاً إذا كان أحمد يأخذ مصروفه من والده فى ٥ أيام كالآتى : ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥ من الجنيهات وأراد أحمد أن يأخذ مصروف ثابت يومياً وكان شرط والده أن يحافظ على جملة ما كان يأخذه فما هو مصروفه اليومى فى هذه الحالة ؟

فى هذه الحالة يمكن إيجاد مصروفه اليومى باستخدام الوسط الحسابى كما يلى :

مجموع ما يأخذه أحمد = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥

عدد أيام ذهابه للمدرسة = ٥ أيام ∴ المصروف اليومى = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥ جنيهات

أى أن مصروف أحمد الثابت الذى يمكن أخذه يومياً هو ٥ جنيهات

هذه القيمة (٥ جنيهات) تعرف بأنها المتوسط (الوسط) الحسابى للقيم :
٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥

ونلاحظ أن الوسط الحسابى هو القيمة التى لو أخذها أحمد فى جميع الأيام تتحقق العلاقة:

حيث ٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥

أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد المتوسط الحسابى للقيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٨

الحل

المتوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$ = $\frac{٧+٥+٤+٨}{٤}$ = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦

مثال ٢ إذا كان درجات ٥ طلاب فى امتحان شهر يناير لمادة الرياضيات هى ٧ ، ١٠ ، ٣ ، ٦ ، ٩ فأوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات

الحل

∵ الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٧ + ١٠ + ٣ + ٦ + ٩}{٥}$ = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧ درجات

مثال ٣ القيم التالية توضح ساعات التدريب لبطل رياضي خلال هذا العام

٣٥ ، ٣٦ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٤٨ ، ٧٢ ، ٤٧ ، ٩٨ ، ٨٤ ، ٩٣ ، ٨٦ ، ٨٨

احسب الوسط الحسابي لساعات تدريب هذا البطل

الحل

$\text{الوسط الحسابي لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

$= \frac{٣٥ + ٣٦ + ٤٥ + ٦٠ + ٤٨ + ٧٢ + ٤٧ + ٩٨ + ٨٤ + ٩٣ + ٨٦ + ٨٨}{١٢}$

$= \frac{٧٩٢}{١٢} = ٦٦$ ساعة

∴ الوسط الحسابي لساعات التدريب = ٦٦ ساعة

مثال ٤ أوجد قيمة س إذا كان الوسط الحسابي للقيم الآتية :

٨ ، س ، ٧ ، ٥ هو ٦

الحل

∵ $\text{الوسط الحسابي لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

∴ مجموع القيم = الوسط الحسابي لهذه القيم × عددها

∴ ٨ + س + ٧ + ٥ = ٦ × ٤

∴ ٢٠ + س = ٢٤

∴ س = ٢٤ − ٢٠

∴ س = ٤

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أوجد الوسط الحسابي لمجموعة القيم ٦ ، ٥ ، ٤

الحل

$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{..........}}{\text{عددها}}$

$= \frac{\text{.....+.....+.....}}{٣} = \frac{\text{.....}}{٣} = \text{...............}$

تدريب (٢)

إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ك ، ٤ ، ٥ هو ٥ فأوجد قيمة ك

الحل

$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{..........}}{\text{عددها}}$

مجموع القيم = ... × عددها

٣ + ... + ... + ... = ... × .....

∴ ك + ... = ...

∴ ك = ... − ..... = ...

اطلب الماهر في الرياضيات
المراجعة النهائية
للصف الأول والثاني والثالث الإعدادي
أمثلة و أهم الأسئلة المتوقعة للامتحان
الامتحانات الكاملة مع نماذج امتحانات

تمارين (١٥) على الوسط الحسابي

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{1}{2}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتي :

① $\frac{٢}{٥} =$ .... %

② ١٢ أ^٥ ب^٤ ÷ .... = ٢ أ^٢ ب^٢

③ $\left(٥\frac{١}{١٦} \div ٦\frac{٣}{٤}\right) \times - ٧\frac{١}{٩} =$ ....

④ الأعداد ..... ، ..... ، ..... تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\left|-\frac{٣}{٤}\right|$

٤ درجات

(ب) ① استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج $\frac{٤}{٩} \times ٣ + \frac{٤}{٩} \times ٤ + \frac{٤}{٩} \times ٢$

....

....

② ما لنقص ٢ س + ٦ ص − ٧ عن ٢ س − ٥ ص + ٢ ؟

....

....

٣ درجات

(جـ) ① إذا كان ٢ أ + ب = ٣ فأوجد قيمة ٢ أ (٢ أ + ب) + ب (٢ أ + ب)

....

....

② أوجد خارج قسمة ٣ س^٢ + س^٣ − س − ٣ على س^٢ − ١

....

....

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

٢ أكمل ما يأتي :

① الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = ...

② الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٢ ، ٤ هو ....

③ الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ٦ ، ٤ ، ٥ ، ٨ هو ....

④ الوسط الحسابي للقيم ٩ ، ١٤ ، ١١ ، ١٣ ، ١٨ هو ....

⑤ المتوسط الحسابي للقيم ١٨ ، ٣٥ ، ٢٤ ، ٦٠ هو ....

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① الوسط الحسابي للقيم ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٥ هو ....

[٥ أو ٦ أو ٤ أو ٩]

② الوسط الحسابي للقيم ٧ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٨ هو ....

[٤ أو ٥ أو ٨ أو ٢]

③ الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ١٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ هو ....

[٦ أو ٤ أو ٨ أو ١٠]

④ الوسط الحسابي للقيم س ، س − ص ، ص − س هو ....

[س ص أو س أو $\frac{١}{٣}$ س أو $\frac{ص}{٢}$]

⑤ إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة القيم ١٧ ، ١٥ ، ص هو ١٥ فإن ص = ...

[١٤ أو ١٨ أو ١٦ أو ١٣]

⑥ إذا كان الوسط الحسابي للقيم س − ٢ ، س ، س + ٢ هو ٣ فإن س = ...

[١ أو ٢ أو ٣ أو ٩]

⑦ إذا كان الوسط الحسابي لأعمار خمسة أطفال هو ٨ سنوات فإن مجموع أعمارهم = ... سنة

[٥ أو ٨ أو ٢٠ أو ٤٠]

⑧ إذا كان الوسط الحسابى لدرجتى أحمد و محمد فى امتحان الرياضيات ٨ درجات وكانت درجة أحمد ٩ درجات فإن درجة محمد .... درجات

[٩ أو ٨ أو ٧ أو ٣]

⑨ أى من الأعداد التالية هو المتوسط الحسابى للأعداد الأخرى .... ؟

[٣٧ أو ٣٠ أو ٢٩ أو ٢٨ أو ٢٦]

---

(٤) **أكمل ما يأتى :**

① الوسط الحسابى للقيم ١٢ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨ هو ....

② إذا كان المتوسط الحسابى للأعداد ٣ ، ٥ ، س هو ٤ فإن س = ...

③ إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٣٠ فإن المتوسط الحسابى لهذه الأعداد يساوى ....

---

(٥) **أوجد** المتوسط الحسابى لكل مجموعة من القيم الآتية :

① ٤ ، ٦ ② ٣ ، ٥ ③ ٣ ، ٤

④ ٦ ، ١٠ ⑤ ١٠ ، ٢٠ ⑥ ٢ ، ٤ ، ٦

⑦ ١ ، ٣ ، ٥ ⑧ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ⑨ ٣٥ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٥٥

---

(٦) إذا كانت درجات شريف فى ٣ شهور متتالية فى مادة الرياضيات كالآتى :

٨٩ ، ٩١ ، ٩٦ **أحسب** متوسط الدرجات شهرياً لهذا الطالب [٩٢]

---

(٧) إذا كانت درجات الحرارة لأسبوع كامل من شهر ديسمبر فى إحدى المدن كالآتى : ٢٥° ، ٢٧° ، ٣١° ، ٢٣° ، ٢٢° ، ٢٢° ، ١٨°

أحسب المتوسط الحسابى لهذه الدرجات [٢٤°]

---

(٨) إذا كانت ساعات المذاكرة لإحدى الطالبات خلال ٦ أيام متتالية كالآتى :

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد ساعات المذاكرة	$3\frac{1}{2}$	٣	$2\frac{1}{2}$	٣	٤	٢

أحسب متوسط عدد ساعات المذاكرة يوميا [٣]

(٩) الجدول الآتى يبين درجات جهاد فى امتحان الرياضيات فى ٦ أشهر دراسية

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٣٠	٣٥	٤٢	٣٩	٤٤	٥٠

أوجد الوسط الحسابى للدرجات [٤٠]

---

(١٠) **أحسب** الوسط الحسابى لمجموعات الأعداد الآتية :

① ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠

② ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١١

③ ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠٠

④ ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠١

⑤ ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

⑥ ١ ، ٣ ، ٥ ، .... ، ٩٩

مسائل المتفوقين

(١١) إذا كان الوسط الحسابى للقيم ٧ ، ٢ ، س + ٤ ، ٨ هو ٦

فأوجد قيمة س [٣]

---

(١٢) إذا كان متوسط درجات كريم فى ٥ اختبارات هو ٨٤ وكان متوسط درجاته فى الاختبارات الثلاثة الأولى هو ٨٠ **فما** متوسط درجاته فى آخر اختبارين [٩٠]

---

(١٣) إذا كان الوسط الحسابى للقيم أ + ٢ ، ٣ أ - ٢ ، ٢ أ ، ٧ - أ ، ٣ هو ٨

فأوجد قيمة أ [٦]

الوسيــــــط

يعرف الوسيط لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً إذا ما رتبت هذه المجموعة تصاعدياً أو تنازلياً

أى أنه القيمة التى تقسم مجموعة من البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه يساوى عدد القيم الأصغر منه

الوسيـــط

هو القيمـــة التـــى تقســـم باقـــى القيـــم إلـــى شطريـــن متساويـــين بحـــيث يكـــون عـــدد مـــا قبلـــها مساويـــاً لعـــدد مـــا بعدهـــا مـــن القيـــم

فمثلاً لإيجاد الوسيط لمجموعة من القيم عددها فردى مثل ٣ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٢

فإننا نرتب هذه القيم تصاعدياً (أو تنازلياً) كما يلى :

٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١١ فيكون العدد الذى فى المنتصف هو الوسيط وهو العدد ٦

كما نلاحظ من الشكل المقابل ٢ ، ٣ ، (٦) ، ٩ ، ١١

قيمتين   قيمتين

حيث يوجد قبله عددين وبعده عددين أى أن عدد ما قبله يساوى عدد ما بعده

لاحظ أننا نقول عدد ما قبله وليس مجموع ما قبله أى أنه إذا وجد ٣ قيم قبله فإنه يوجد ٣ قيم بعده

أما إذا كان عدد القيم زوجياً فإننا نوجد العددين اللذين فى المنتصف ثم نوجد متوسطهما الحسابى فمثلاً لإيجاد الوسيط لمجموعة القيم ٣ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٢ ، ٨

فإننا نرتب هذه القيم كما يلى ٢ ، ٣ ، [٦ ، ٨] ، ٩ ، ١١

نلاحظ أنه يوجد عددين فى المنتصف فيكون الوسيط هو متوسط العددين أى $\frac{٦ + ٨}{٢}$ = ٧ أى أن الوسيط = ٧

ويمكن تلخيص ما سبق فيما يلى :

لإيجـاد الوسيـط لمجموعـة من القيـم :

(١) نرتب القيم تصاعدياً (أو تنازلياً)

(٢) إذا كان عـدد القيـم فردياً فإن الوسيط = القيمـــة التـــى ترتيبهـــا $\frac{ن + ١}{٢}$ حيـث ن عدد القيم أى القيمـــة التى تقـــع فى الوســـط تمامـــاً

إذا كان عدد القيـم زوجياً فإن الوسيط = نصف مجموع القيمتيـــن اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ أى = نصف مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوســـط

أمثلـــة توضيحيـــة

مثال [١] أوجد الوسيط لكل من مجموعات القيم الآتية :

(١) ٢ ، ٧ ، ٥ ، ٩ ، ٦   (٢) ١٤ ، ١٦ ، ٢٢ ، ١٨ ، ١٥ ، ٢٤

الحل

(١) ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢}$ = $\frac{٥ + ١}{٢}$ = ٣   (لأن عدد القيم فردى)

∴ نرتب القيم فيكـــون الوسيط هو القيمـــة الثالثة فى الترتيب

٢ ، ٥ ، [٦] ، ٧ ، ٩   ∴ الوسيط = ٦   (القيمـــة التى تقـــع فى الوسط تماماً)

(٢) ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ ∴ $\frac{٦}{٢}$ = ٣ ، $\frac{٦}{٢}$ + ١ = ٤   (لأن عدد القيم زوجى)

∴ الوسيط هو متوسط القيمتين الثالثة والرابعة بعد ترتيب القيم

∴ ١٤ ، ١٥ ، [١٦] ، [١٨] ، ٢٢ ، ٢٤ (نصف مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط)

∴ الوسيـــط = $\frac{١٦ + ١٨}{٢}$ = ١٧

لاحظ أن

ملاحظة هامة قيمة الوسيط لا تساوى ترتيب الوسيط إلا نادراً

مثال ٢

يوضح الجدول التالى عدد ساعات المذاكرة اليومية لطالبين خلال هذا الأسبوع

أحمد	٥	١٠	٨	٦	٧	٤	٢
سعيد	٣	٤	٦	٢	٩	٥	٨

(١) اكتب بالترتيب ساعات المذاكرة لكل من الطالبين

(٢) عدد ساعات الوسيط لمذاكرة كل منهما

الحل

الترتيب

أحمد	٢	٤	٥	٦	٧	٨	١٠
سعيد	٢	٣	٤	٥	٦	٨	٩

الوسيط هو العدد الذى يقع فى المنتصف

∴ ساعات الوسيط للطالب احمد = ٦ ساعات

∴ ساعات الوسيط للطالب سعيد = ٥ ساعات

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتى لإيجاد الوسيط والوسط الحسابى لمجموعة القيم الآتية :

(١) ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٩ ، ٧ ، ٣

(٢) ٣٣ ، ٤٤ ، ٢٩ ، ١١ ، ١٧ ، ٣٢

الحل

(١) ترتيب الأعداد .... ∴ الوسيط = ...

∴ الوسط الحسابى = ... = ...

(٢) ترتيب الأعداد .... ∴ الوسيط = ...

∴ الوسط الحسابى = ... = ...

امتحان (١٦) على الوحدة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

(١) (أ) أكمل ما يأتى :

(١) (٤ س + ١) (٢ س + ٣) = ...

(٢) ١٢ أ^{٢} ب + ١٨ أ^{٣} ب^{٢} = ... (٢ + ...)

(٣) المقدار س^{٢} − ٥ س − ١ يزيد عن المقدار ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣ بمقدار ....

(٤) العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، | $\frac{-٥}{٦}$ | هو ....

(ب) (١) اختصر المقدار الآتى لأبسط صورة (أ + ب)^{٢} − (أ − ب)^{٢} + أ (٢ أ − ب)

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما أ = −١ ، ب = ٢

....

(٢) حلل المقدار الآتى ٩ م^{٤} ن^{٢} − ٦ م^{٢} ن^{٣} + ١٢ م^{٣} ن^{٤}

....

....

(جـ) (١) أوجد مجموع ٣ س − ٤ س^{٢} + ٢ ، س^{٢} + س − ٥ ، ٣ + ٣ س^{٢} − ٤ س

....

(٢) أوجد خارج قسمة س^{٤} + ٣ س^{٢} + ٢ على س^{٢} + ١

....

....

....

....

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

٢ أكمل ما يأتى :

(١) الوسيط هو ………………………………

(٢) الوسيط لمجموعة القيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٨ هو ………………………………

(٣) الوسيط لمجموعة القيم ١١ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٥ هو ………………………………

(٤) الوسيط لمجموعة القيم ٧ ، ١٠ ، ٤ ، ٩ ، ١٣ هو ………………………………

(٥) الوسيط لمجموعة القيم ٩ ، ٢ ، ٧ ، ١ ، ٣ هو ………………………………

مسائل المستوى الثانى

٣ أوجد الوسيط لكل مجموعة من مجموعات القيم الآتية :

(١) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨

(٢) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨ ، ١٠

(٣) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، ١

(٤) -٢ ، صفر ، -١ ، ١ ، ٥

٤ الجدول الآتى يبين درجات جهاد فى امتحان الرياضيات فى ٦ أشهر دراسية

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٤١	٣٥	٤٧	٣٧	٤٤	٤٨

أوجد (١) الوسيط للدرجات السابقة [٤٢,٥]

(٢) المتوسط الحسابى للدرجات السابقة [٤٢]

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(١) الوسيط للقيم ٢ ، ٥ ، ٣ هو ………

[٢ أو ٣ أو ١٠ أو ١٥]

(٢) الوسيط للقيم ٤ ، ٨ ، ٣ ، ٥ ، ٧ هو ………

[٧ أو ٥ أو ٤ أو ٣]

(٣) الوسيط للقيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ٨ هو ………

[٥ أو ٦ أو ٦,٥ أو ١٣]

(٤) الوسيط للقيم ١٧ ، ٢٣ ، ١٢ ، ١٤ ، ٩ هو ………

[٣ أو ١٤ أو ٢٥ أو ١٧]

(٥) الوسيط للقيم ١١ ، ٧ ، ١٥ ، ٢٤ هو ………

[١٧ أو ١٣ أو ١٢٤ أو ٢٢]

(٦) العدد ……… هو الوسيط للأعداد ١٧ ، ٩ ، ١٥ ، ١١ ، ٦

[١٧ أو ٦ أو ١١ أو ١٢]

(٧) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع فإن عدد القيم يساوى ………

[٩ أو ٧ أو ٥ أو ٣]

(٨) ترتيب الوسيط للقيم ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١ ، ٣ هو ………

[٦ أو ٥ أو ٤ أو ٣]

(٩) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع والخامس فإن عدد هذه القيم يساوى ………

[٩ أو ٨ أو ٥ أو ٤]

(١٠) إذا كان الوسيط للقيم أ + ٣ ، أ + ٢ ، أ + ٤ حيث أ ∈ ص+ هو ٨ فإن أ = ………

[٥ أو ٤ أو ٣ أو ٢]

(١١) إذا كان الوسيط للقيم أ + ٤ ، أ + ١ ، أ + ٦ هو ٦ فإن أ = ………

[٦ أو ٤ أو ٢ أو ١]

٦ إذا كانت مجموعة أعمار ٧ طلاب فى أحد المدارس بالسنوات هى كما يلى { ٨ ، ١١ ، ٧ ، ٩ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦ } فما العمر الوسيط لهذه المجموعة ؟

[٩]

٧ إذا كانت درجات ثمانية طلاب فى أحد اختبارات مادة الرياضيات هى كما يلى { ٣٥ ، ٣٢ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ٣٧ ، ٢٢ ، ٣٠ ، ٢٦ } فأوجد الدرجة الوسيطية لهذه المجموعة

[٢٨]

(٨) يوضـــح الجـــدول التالى درجـات طالبيـــن فـــى مـــواد الرياضيات والكيمياء والفيزياء والتاريخ والإحياء

	رياضيات	كيمياء	فيزياء	احياء	تاريخ
[illegible]	١٥	٦	٣	٨	١١
[illegible]	١٢	١٣	٩	١٠	٧

اكتب الدرجة الوسيط لكل طالب [٢٠٠٨]

مسائل المتفوقين

(٩) اكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت القيم ٤ ، س ، ٧ ، ١٠ مرتبة تصاعدياً وكان الوسيط لهذه القيم يساوى ٦ فإن س = ...

(٢) إذا كان الوسيط للقيم س + ٤ ، س - ٣ ، س + ٨ هو ٥ فإن س = ...

(٣) إذا كان الوسيط للقيم ك ، ك + ٥ ، ك + ٣ هو ٩ فإن ك = ...

(١٠) احسب الوسيط لمجموعات الأعداد الآتية :

(١) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٨ ، ٩ ، ١٠

(٢) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٩ ، ١٠ ، ١١

(٣) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٩٩ ، ١٠٠

(٤) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠٩

(٥) ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

(٦) ١ ، ٣ ، ٥ ، .... ، ٩٩

اطلب الماهـــر للمرحلة الابتدائية
يحتوى على شرح كامل بالتفصيل يساعد ولى الامر على الفهم
ويساعد المعلم على الشرح ويساعد الطالب على التدريب

المنـــوال

المنـــوال

هو القيمـــة الأكـــثر شيوعـــاً أو القيمـــة التى تتكـــرر أكـــثر مـــن غـــيرها

فمثلاً إذا كان لدينـــا مجموعـــة مـــن القيـــم مثـــل ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٦ ، ٥
فـــإن المنـــوال هنـــا هـــو القيمـــة الأكـــثر تكـــراراً و هـــى ٥

و فى حالـــة التوزيـــع التكرارى البسيط يكون المنوال هو القيمة التى تقابل أكبر تكرار

فمثلاً فـــى جـــدول التوزيـــع التكـــرارى التالـــى :

القيمـــة	٥	٦	٧	٨	٩
التكـــرار	٣	٤	٦	٥	٢

نلاحـــظ أن القيمـــة ٧ هـــى القيمـــة الأكـــثر تكـــراراً لأنـــها مكـــرره ٦ مـــرات
لذلك فإن المنوال = ٧ (القيمـــة الأكـــثر تكـــراراً)

ملاحظـــة

- لاحـــظ أنـــه إذا وجـــدت مجموعـــة مـــن القيـــم ليس لـــها قيـــم مكـــررة فيقـــال أن هـــذه المجموعـــة خاليـــه مـــن المنـــوال
فمثلاً مجموعة القيم ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٦ ، ٨ ليس لها منوال
- يوجد بعض المجموعات من القيم لها أكثر من منوال

فمثلاً مجموعة القيم ٢ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٣ ، ٩ لها منوالان هما ٦ ، ٥ وتسمى مجموعة ذات منوالين وسوف نكتفى فى دراستنا بالبيانات وحيدة المنوال

أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد المنـــوال للقيـــم الآتيـــــة : ٢ ، ٧ ، ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٧

الحل

المنـــوال = ٧ لأنها القيمة الأكثر تكراراً

مثال ٢ فيـــما يلـــى التوزيـــع التكـــرارى لدرجـــات ٢٠ طالـــب

الدرجات	٦	٧	٨	٩	١٠	المجمـــوع
عدد الطلاب	٥	٣	٧	٢	٣	٢٠

أوجد المنـــوال لهـــذا التوزيـــع

الحل

المنوال = ٨ لأنها القيمة التى لها أكبر تكرار

مثال ٣ إذا كان المنوال للقيم ٣ ، س ، ٥ ، ٦ هو ٦ فأوجد قيمة س

الحل

المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً

∴ ٦ هو القيمة التى تتكرر أكثر من مرة ∴ س = ٦

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أوجد المنوال لمجموعة القيم الآتية ،

المجموعة : ٣ ، ٦ ، ٨ ، ٦ ، ٢ ، ٦ المنوال = ...

المجموعة : ٤ ، ٢ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٤ المنوال = ...

تمارين (١٧) على المنـــوال

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك — ١٠ — $\frac{1}{3}$ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمي

١ (أ) أكمل ما يأتى :

١ الحد الجبرى ٣ س^3 ص^2 من الدرجة ....

٢ باقى طرح −٤ س من ٣ س هو ....

٣ إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو السادس فإن عدد القيم = ...

٤ الوسط الحسابي للقيم ١ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٦ هو ....

٤ درجات

(ب) ١ اختصر لأبسط صورة (٢ س − ٣) (٢ س + ٣) + ٤

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = −١

....

....

٢ أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$

....

....

٣ درجات

(جـ) ١ اطرح ٥ س^2 + ص^2 − ٣ س ص + ٣ من ٦ س^2 − ٢ س ص + ٢ ص^2

....

....

٢ باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج ،

$$\frac{25}{16}\times\frac{11}{7}+\frac{25}{16}\times\frac{11}{7}-\frac{25}{16}\times\frac{6}{7}$$

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① المنوال للقيم ٧ ، ١٢ ، ٢ ، ١١ هو ....

[١٢ أ ١٧ أ ١١ أ لا يوجد]

② المنوال للقيم ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٩ ، ٦ هو ....

[٥ أ ٦ أ ٧ أ غير ذلك]

③ المنوال للقيم ٩ ، ٧ ، ٩ ، ٦ ، ٥ ، ٩ هو ....

[٧ أ ٩ أ ٣ أ ٥]

④ المنـــوال للقيم ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٢ ، ٥ ، ٣ هو ....

[٢ أ ١ أ ٥ أ ٧]

⑤ المنـــوال للقيم ١٣ ، ٣ ، ٥ ، ١٣ ، ١٢ ، ١ هو ....

[١٣ أ ١٢ أ ٣ أ ٥]

⑥ المنـــوال للقيم ١ ، ٣ ، ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٣ هو ....

[١ أ ٣ أ ٦ أ ٧]

⑦ إذا كان المنوال لمجموعة القيم ٧ ، ٥ ، س + ٣ ، ٥ ، ٧ هو ٧ فإن س = ...

[٣ أ ٤ أ ٥ أ ٧]

مسائل المستوى الثانى

٣ اكمل ما يأتى :

① المنوال لمجموعة من القيم هو ....

② المنوال لمجموعة القيم ٧ ، ٣ ، ٧ ، ٧ ، ٣ ، ٥ هو ....

③ المنوال للأعــــــداد ١٢ ، ١١ ، ٧ ، ١١ ، ٨ هو ....

④ المنوال لمجموعة القيم ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٤ هو ....

⑤ المنوال لمجموعة القيم ٥ ، ٧ ، ٩ ، ٦ هو ....

⑥ إذا كان المنوال للقيم ٥ ، س ، ٦ ، ٤ هو ٤ فإن س = ...

⑦ إذا كان المنوال للقيم ٩ ، ٦ ، أ + ٥ ، ٦ ، ٩ هو ٦ فإن أ = ...

⑧ المنوال لمجموعة القيم ١٤ ، ١١ ، ١٢ ، ١١ ، ١٤ ، ١٥ ، ١١ هو ....

⑨ المنوال للألوان : أحمر ، أصفر ، أحمر ، أبيض ، أسود ، أحمر ، أبيض هو اللون ....

⑩ إذا كان المنوال للقيم ١٥ ، ٩ ، س + ١ ، ٩ ، ١٥ هو ٩ فإن س = ...

٤ احسب الوسط الحسابى – الوسيط – المنوال للقيم الآتية :

٥ ، ٤ ، ١٠ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٥

[٤،٤,٥،٥,١]

٥ إذا كانت تقديرات مجموعة من الطلاب فى أحد الاختبارات هى :

ب ، أ ، هـ ، ب ، هـ ، ب ، هـ ، ب ، أ ، و

أوجد المنوال لهذه المجموعة [ب]

٦ البيانات الآتية تمثل أعمار مجموعة من الأشخاص :

٣٣ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٢٥ ، ٣٣ ، ٤٨ ، ٣٣ ، ٢٥ ، ٣٣ ، ٢٠

أوجد المنوال لهذه الأعمار [٣٣]

٧ البيانات الآتية تمثل الدرجات التى حصل عليها ٣٠ تلميذاً فى مادة الرياضيات حيث كانت النهاية العظمى لدرجة الامتحان ١٠ درجات

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٢	٤	٧	٩	٦	٢

أوجد الدرجة المنوال [٨]

٨ يسافر رجل أعمال عدة مرات فى الشهر لإجراء صفقات بالدول المختلفة فإذا علم أن عدد سفرياته خلال العام السابق هى ١ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٣ ، ٦ ، ٩

فأوجد المنوال والوسيط والوسط الحسابى لعدد السفريات [٤،٤،٣]

مسائل المتفوقين

(١) من القيم الآتية : ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١ ، ٥ ، ٧ أوجد :

① المنوال [٥ ، ٧]

② عدد القيمة الأقل من المنوال [٣]

③ عدد القيمة الأكبر من المنوال [لا يوجد]

اطلب الماهر للمرحلة الابتدائية

يحتوى على شرح كامل بالتفصيل يساعد ولى الامر على الفهم
ويساعد المعلم على الشرح ويساعد الطالب على التدريب

اطلب الماهر في الرياضيات

المراجعة النهائية

للصف الأول والثاني والثالث الإعدادى
أمثله و أهم الأسئلة المتوقعة للامتحان
الامتحانات الكاملة مع نماذج امتحانات

اختبارات مراجعة على ما سبق

نموذج (١) اختبار مراجعة على ما سبق

٣٠

(١) أكمل ما يأتى : (١٠ درجات)

① $٤ س^{٢} ص^{٢} - ٢ س ص^{٢} + ٤ س^{٢} ص$ = ... (٢ س ص - ص + ...)

② درجة المقدار الجبرى $٢ س^{٢} ص + ٤ س^{٣} ص^{٣} + س ص^{٢}$ هى ....

③ $\left[-٤\frac{١}{٣} \div \left(-٣\frac{١}{٤} \right) \right] + \left| \frac{-٥}{١٢} \right|$ = ...

④ $\left(\frac{٤}{٩} + \frac{٢}{٣} \right) \div \left(\frac{١٩}{١٨} - \frac{١}{٢} \right)$ = ...

(٢) (١٢ درجة)

(أ) أطرح $٥ س^{٢} + ص^{٢} - ٣ س ص$ من $س^{٢} - ٢ س ص + ٣ ص^{٢}$

(ب) أوجد ناتج :

$(س - ٢ ص) (س + ٢ ص) + (س^{٢} + ٤ ص^{٢})$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = -١

(٣) (٨ درجات)

(أ) أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار $س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢٥ س + ك$

يقبل القسمة على $س^{٢} + ٤ س + ٣$

(ب) من مجموعة القيم الآتية ٥ ، ٣٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ٤٠ أوجد :

① الوسيط لمجموعة القيم

② الوسط الحسابى لمجموعة القيم

الوحدة الرابعة

الهندسة

نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

(١) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (١٠ درجات)

(١) عدد عوامل الحد الجبرى ٢ س^{٣} يساوى ....

[٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ٥]

(٢) العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين ١/٢ ، ٧/٨ هو ....

[٣/٤ أ، ١١/١٦ أ، ٢/٣ أ، ٥/٨]

(٣) إذا كان س/ص = | -٢/٣ | فإن ٣س/٢ص = ...

[٩/٤ أ، ٢/٣ أ، ٣/٢ أ، ١]

(٤) المعكوس الجمعى للعدد ٣/(س-٣) هو ....

[(س-٣)/٣ أ، ٣/(٣-س) أ، -٣/(-س+٣) أ، -٣/(س-٣)]

(٢) (أ) اختصر لأبسط صورة : (٨ درجات)

(١) ١/٢ أ^{٢} (٤ ب^{٢} + ٢ ب) + ب (أ^{٢} ب + أ^{٢}) (٢) ((١٩)^{٢} - ٢ × ١٩ + ١٩) / ١٩

(ب) ما نقص المقدار ٢ أ - ٨ ب - هـ عن مجموع المقدارين ٣ أ - ٣ ب + هـ ، ٢ أ - ٤ ب - ٨ هـ

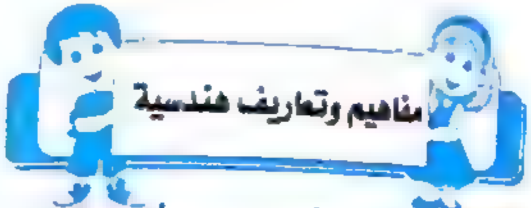
(٣) (أ) مستطيل مساحة سطحه (٢ س^{٢} + ٧ س - ١٥) سم^{٢} فإذا كان طوله (س + ٥) سم فأوجد عرضه ثم احسب محيطه إذا كانت س = ٣ سم (١٢ درجة)

(ب) الجدول التالى يبين أوزان الطلاب فى فصل يتكون من ٥٠ تلميذ

الوزن	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦
عدد التلاميذ	٣	٧	١٠	١٥	١٠	٥

وضح الوزن المنوال لتلاميذ هذا الفصل

الوحدة الرابعة



مفاهيم وتعاريف هندسية

تمهيد

عندما ننظر إلى سطح الأرض أثناء سيرنا فى أى شارع نجد أن هناك بعض الأجزاء مرتفعة و بعض الأجزاء منخفضة لذلك نقول أن هذا الشارع سطحه غير مستوى أما إذا نظرنا إلى سطح زجاج على مكتب أو منضدة سفرة نجد أن هذا السطح مستوى وإذا امتد هذا السطح فى جميع الجهات بلا حدود نسميه بالمستوى وسوف ندرس بعض الأشكال الهندسية التى يمكن تكوينها على المستوى

القطعة المستقيمة

هى مجموعة مكونة من نقطتين مختلفتين وجميع النقط الواقعة بينهما

فإذا وضعنا نقطتين أ ، ب على ورقة بيضاء تمثل المستوى و وصلنا النقطتين باستخدام القلم والمسطرة فإننا نحصل على قطعة مستقيمة ، تسمى النقطتين أ ، ب طرفى القطعة المستقيمة والقطعة المستقيمة نرمز لها بالرمز $\overline{أب}$ أو $\overline{ب أ}$

النقط الواقعة بين أ ، ب فى تعريف القطعة المستقيمة تعنى أنه إذا سارت نقطة (أ مثلاً) فى اتجاه النقطة الأخرى (ب مثلاً) فإنها تمر بمجموعة نقط وهى النقط التى بينهما و أى نقط خارج هذا المسار لا تعتبر بينهما

الشعاع

هو قطعة مستقيمة ممتدة من إحدى جهتيها بلا حدود و بذلك فهو له نقطة بداية ولا يتعين له نقطة نهاية ولا يتحدد له طول

فإذا وضعنا المسطرة على $\overline{أب}$ ومددنا خطاً من جهة ب كما بالشكل فإن مجموعة نقط $\overline{أب}$ والنقط التى أمتدت (والسهم يعنى أنها تمتد بلا حدود) تسمى بالشعاع و يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{أب}$

الخط المستقيم

هو قطعة مستقيمة ممتدة من جهتيها بلا حدود و بذلك فهو ليس له نقطة بداية وليس له نقطة نهاية ولا يتحدد له طول

وبنفس الطريقة السابقة إذا امتدت القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ من جهتيها فإنها تسمى خط مستقيم ويرمز له بالرمز $\overleftrightarrow{أب}$ أو $\overleftrightarrow{ب أ}$ والسهمان يشيران إلى أن الخط المستقيم ممتد من جهتيه بلا حدود

ملاحظات

- الخط المستقيم يرمز له بأى نقطتين عليه أو بحرف هجائى
- $\overline{أب} \subset \overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أب} \subset \overleftrightarrow{أب}$ ، $\overline{أب} \subset \overleftrightarrow{أب}$
- القطعة المستقيمة لها طول يمكن قياسه فإذا كنا نذكر القطعة المستقيمة فنكتب $\overline{أب}$ أما إذا كنا نذكر طول القطعة المستقيمة فنكتب أ ب فإذا كان لدينا قطعة مستقيمة طرفاها أ ، ب و طولها ٦ سم فإننا نكتب طول $\overline{أب}$ = ٦ سم أو أ ب = ٦ سم

الزاوية

الزاوية هى اتحاد شعاعين لهما نقطة البداية نفسها وتسمى نقطة البداية برأس الزاوية ويسمى كل من الشعاعين " ضلع الزاوية "

أى أن $\overrightarrow{ب أ} \cup \overrightarrow{ب هـ}$ = زاوية أ ب هـ

- يرمز للزاوية أ ب هـ بالرمز ∠ أ ب هـ أو ∠ هـ ب أ أو ∠ ب
- الزاوية تجزئ المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقط هى مجموعة نقط الزاوية ، مجموعة نقط داخل الزاوية ، مجموعة نقط خارج الزاوية
- قياس الزاوية هو العدد الدال على الانفراج بين ضلعى الزاوية و يرمز لقياس ∠ أ ب هـ بالرمز ق (∠ أ ب هـ)

- الوحدة الشائعة فى تقدير قياس الزاوية هى الدرجة وتستخدم المنقلة فى تعيين قياس الزاوية و توجد وحدات أصغر من الدرجة هى الدقيقة والثانية حيث الدرجة = ٦٠ دقيقة ونرمز لذلك ١° = ٦٠′ ، الدقيقة = ٦٠ ثانية ويرمز لها ١′ = ٦٠″

أنواع الزوايا

تصنف الزوايا حسب قياسها وذلك على النحو التالى :

الزاوية الصفرية

هى الزاوية التى قياسها صفر وينطبق ضلعاها

الزاوية الحادة

هى الزاوية التى قياسها أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

الزاوية القائمة

هى الزاوية التى قياسها ٩٠°

الزاوية المنفرجة

هى الزاوية التى قياسها أكبر من ٩٠° وأقل من ١٨٠°

الزاوية المستقيمة

هى الزاوية التى قياسها ١٨٠°

الزاوية المنعكسة

هى الزاوية التى قياسها أكبر من ١٨٠° وأقل من ٣٦٠°

الزاويتان المتجاورتان

يقال لزاويتين إنهما متجاورتان إذا اشتركتا فى رأس وضلع وكان الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك

مثلا : ∠ أ ب هـ ، ∠ هـ ب د متجاورتان

(لأن الضلع المشترك $\overrightarrow{ب هـ}$ فى الوسط)

بينما ∠ أ ب هـ ، ∠ أ ب د غير متجاورتان

- **الزاويتان المتتامتان** : هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠°
- **الزاويتان المتكاملتان** : هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠°

<u>فمثلاً</u> : الزاويتين اللتين قياسيهما ٧٠° ، ٢٠° متتامتان

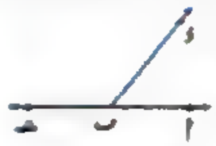
لأن ٢٠° + ٧٠° = ٩٠°

والزاويتان اللتان قياسيهما ١٢٥° ، ٥٥° متكاملتان

لأن ١٢٥° + ٥٥° = ١٨٠°

نتائج هامة

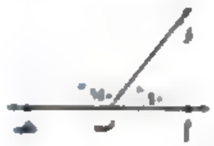
- الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم متكاملتان



- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفين لهما على استقامة واحدة

فمثلاً ق (∠ أ ب د) + ق (∠ د ب هـ) = ٤٠° + ١٤٠° = ١٨٠°

فيكون $\overrightarrow{ب أ}$ ، $\overrightarrow{ب هـ}$ على استقامة واحدة و يكون $\overleftrightarrow{أ هـ}$ خط مستقيم



- إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ورسم $\overrightarrow{م هـ}$ ، $\overrightarrow{م د}$ فى جهة واحدة من $\overleftrightarrow{أ ب}$

فإن ق (∠ أ م هـ) + ق (∠ هـ م د) + ق (∠ د م ب) = ١٨٠°

وإذا علم قياسى زاويتين يمكن معرفة قياس الزاوية الثالثة

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتان فى القياس

مثلا : إذا كان $\overleftrightarrow{أ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ د}$ = { م }

فإن ق (∠ أ م هـ) = ق (∠ د م ب) بالتقابل بالرأس ،

ق (∠ هـ م ب) = ق (∠ أ م د) بالتقابل بالرأس

الزوايا المتجمعة حول نقطة

إذا تقاطعت عدة أشعة في نقطة واحدة فإن مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول هذه النقطة يساوي ٣٦٠°

فمثلاً : في الشكل المقابل :

الزوايا ∠ أ م ب ، ∠ ب م هـ ، ∠ هـ م ء ، ∠ ء م أ تسمى زوايا متجمعة حول نقطة م و مجموع قياساتها = ٣٦٠°

منصف الزاوية

منصف الزاوية هو الشعاع الذي يقسم قياس الزاوية إلى نصفين

فمثلاً : الشعاع و هـ→ ينصف ∠ أ و ب وفي هذه الحالة نقول أن

ق(∠ أ و هـ) = ق(∠ هـ و ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ و ب)

والعلامة " • " الموجودة داخل الزاوية تعني أن قياس الزاويتين اللتين داخلهما العلامة متساويتان

أمثلة توضيحية

مثال ١ في الشكل المقابل :

إذا كان ل مستقيم فضع رمزاً مناسباً من الرموز ∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄ ، = ، ≠ مكان النقط مع ذكر السبب :

(١) أ .... ب هـ (٢) ب .... أ هـ

(٣) أ ب→ .... أ هـ↔ (٤) أ ب→ .... أ ب→

(٥) أ ب→ .... ب أ→ (٦) أ ب→ .... ب هـ↔

الحل

(١) أ ∉ ب هـ لأن أ لا تقع بين النقطتين ب ، هـ (لا تنتمي إلى مجموعة نقط ب هـ)

(٢) ب ∈ أ هـ لأن ب نقطة تقع بين النقطتين أ ، هـ (تنتمي إلى مجموعة نقط أ هـ)

(٣) أ ب→ ⊂ أ هـ↔ لأن مجموعة نقط أ ب→ محتواه في أ هـ↔

(٤) أ ب→ = أ ب→ لأن كل منهما يحتوي على نفس مجموعة النقط

(٥) أ ب→ ≠ ب أ→ لأن كل منهما ليس له نفس نقطة البداية وليس له نفس الاتجاه

(٦) أ ب→ ⊂ ب هـ↔ لأن مجموعة نقط أ ب→ محتواه في ب هـ↔

مثال ٢ أذكر أنواع الزوايا التالية والتي قياس كل منها :

(١) ٤٥° (٢) ٩٦° (٣) ٩٠° (٤) ١٦٠°

(٥) ٢٤٠° (٦) ١٢٥° ٣٠' (٧) ١٨٣° (٨) ١٨٠°

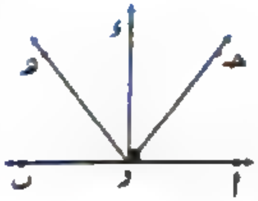
الحل

(١) حادة (٢) منفرجة (٣) قائمة (٤) منفرجة

(٥) منعكسة (٦) منفرجة (٧) منعكسة (٨) مستقيمة

مثال ٣ في الشكل المقابل :

و ∈ أ ب↔ ، ق(∠ أ و ء) = ٩٠°



أكمل ما يأتي :

(١) و أ→ ∪ و هـ→ = ... (٢) و هـ→ ∪ و ب→ = ...

(٣) ∠ أ و هـ تكمل ∠ .... (٤) ∠ أ و هـ تتمم ∠ ....

(٥) ∠ أ و ء زاوية .... (٦) ∠ أ و ب زاوية ....

الحل

(١) ∠ أ و هـ (٢) ∠ هـ و ب (٣) هـ و ب

(٤) هـ و ء (٥) قائمة (٦) مستقيمة

٤ لو المعطى المقابل :

إذا كان $\overrightarrow{م ب} \perp \overleftrightarrow{م أ}$ ، ق(∠ ب م هـ) = ٤٠° ، ق(∠ هـ م و) = ٥٠° ، ق(∠ و م ﻫ) = ٣٠°

فاذكر :

١ أزواج الزوايا المتتامة

٢ أزواج الزوايا المتكاملة

٣ زوجان لزوايا متجاورة

٤ ق(∠ أ م ﻫ)

الحل

١ الزوايا المتتامة : ∠ ب م هـ ، ∠ هـ م و

٢ الزوايا المتكاملة : ∠ أ م ب ، ∠ ب م و أو ∠ أ م ﻫ ، ∠ ﻫ م و

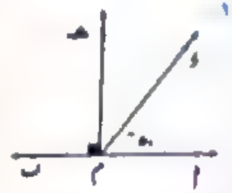
٣ زوايا متجاورة : ∠ أ م ب ، ∠ ب م هـ أو ∠ هـ م و ، ∠ و م ﻫ

٤ مجموع قياسات الزوايا ∠ أ م ب ، ∠ ب م هـ ، ∠ هـ م و ، ∠ و م ﻫ = ٢١٠°

فيكون ق(∠ أ م ﻫ) = ٣٦٠° − ٢١٠° = ١٥٠°

٥ لو كل من الأشكال الآتية :

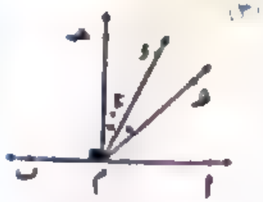
إذا كان $\overrightarrow{م هـ} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ فأوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :

١ 

ق(∠ و م هـ) = ...

٢

ق(∠ ﻫ م و) = ...

٣ 

ق(∠ أ م ﻫ) = ...

الحل

١ ق(∠ و م هـ) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

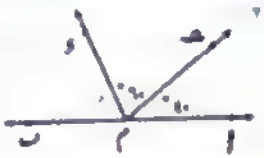
٢ ق(∠ ﻫ م و) = ٩٠° − (٢٠° + ١٥°) = ٥٥°

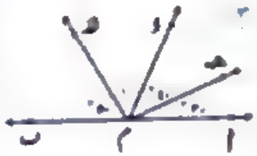
٣ ق(∠ أ م ﻫ) = ٩٠° − (٢٢° + ٢٢°) = ٤٦°

٦ لو كل من الأشكال الآتية

احسب قياس الزاوية التي عليها العلامة "؟" إذا كان م ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$

١

٢ 

٣ 

الحل

١ ق(∠ هـ م ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

٢ ق(∠ و م ب) = ١٨٠° − (٤٠° + ٦٠°) = ٨٠°

٣ ق(∠ و م ﻫ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٤٠° + ٥٠°) = ٦٠°

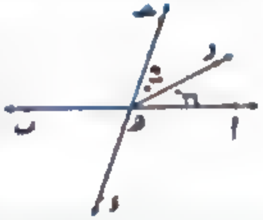
٧ لو المعطى المقابل :

$\overleftrightarrow{أ ب} \cap \overleftrightarrow{هـ و} = \{ ﻫ \}$ ،

ق(∠ أ ﻫ ر) = ٣٦° ،

ق(∠ ر ﻫ هـ) = ٤٥°

أوجد ق(∠ و ﻫ ب)



الحل

ق(∠ أ ﻫ هـ) = ٣٦° + ٤٥° = ٧١°

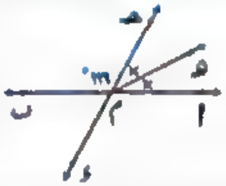
ق(∠ و ﻫ ب) = ق(∠ أ ﻫ هـ) = ٧١° بالتقابل بالرأس

٨ لو المعطى المقابل :

م نقطة تقاطع $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{هـ و}$

$\overrightarrow{م ﻫ}$ ينصف ∠ أ م هـ ، ق(∠ ب م هـ) = ١١٦°

أوجد ق(∠ أ م هـ) ، ق(∠ أ م و) ، ق(∠ أ م ﻫ)



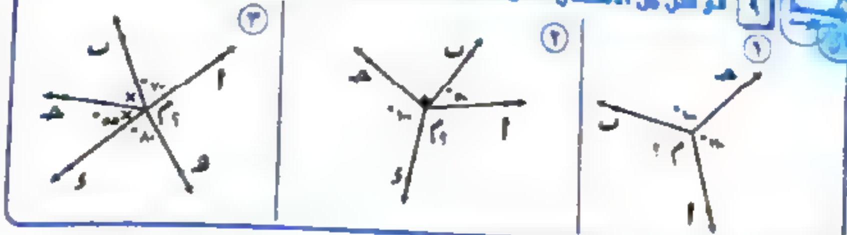
الحل

ق(∠ أ م هـ) = ١٨٠° − ١١٦° = ٦٤°

ق(∠ أ م و) = ق(∠ هـ م ب) = ١١٦° بالتقابل بالرأس

ق(∠ أ م ﻫ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م هـ) = $\frac{٦٤°}{٢}$ = ٣٢°

٩ في كل من الأشكال الآتية اكتب قياس الزاوية التي عليها العلامة "؟"



الحل

① ق(∠ أ م ب) = ٣٦٠° − (١١٠° + ١٠٠°) = ١٥٠°

② ق(∠ أ م ء) = ٣٦٠° − (١٠٠° + ٩٠° + ٥٠°) = ١٢٠°

③ ق(∠ أ م هـ) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٥٥° + ٥٥° + ٧٠°) = ١٠٠°

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتي :

ق(∠أ)	٣٠°	٩٠°	١٢٠°	١٨٠°	٢٠٠°	صفر°	٨٩°	١٨١°
نوعها								

تدريب (٢)

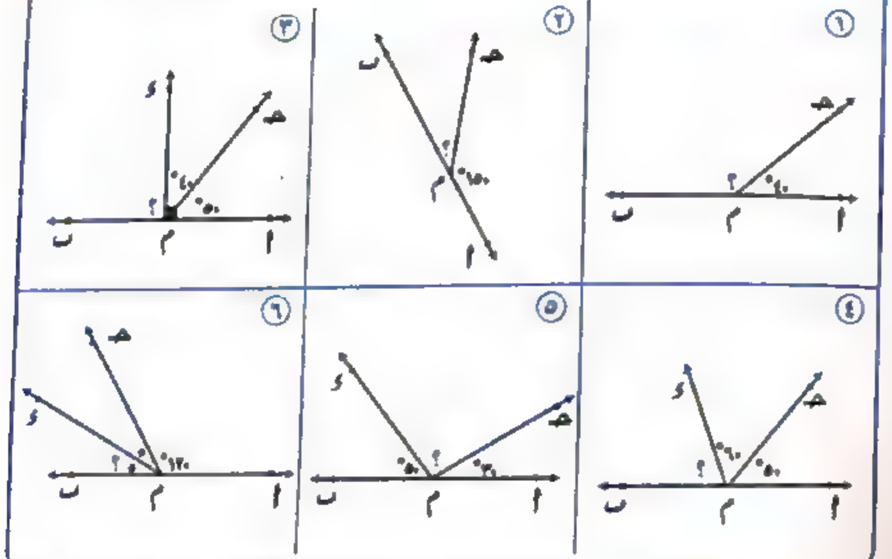
أكمل الجدول التالي :

ق(∠أ)	١٠°	٢٠°	٣٠°	٤٥°	٦٥°	٩٠°
نوعها						
قياس متممة ∠أ						
قياس مكملة ∠أ						
قياس ∠أ المنعكسة						

تدريب (٣)

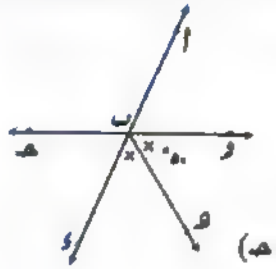
في كل من الأشكال الآتية :

إذا كان م ∈ أب↔ فأوجد قياس الزاوية التي عليها العلامة (؟)



تدريب (٤)

في الشكل المقابل :



أء↔ ∩ وهـ↔ = {ب}

به→ ينصف ∠ و ب ء ،

ق(∠ و ب هـ) = ٥٠°

أكمل لإيجاد ق(∠ هـ ب ء) ، ق(∠ أ ب هـ)

الحل

ق(∠ هـ ب ء) = ق(∠ ....) = ...°

ق(∠ أ ب هـ) = ق(∠ ....) = ...° بالتقابل بالرأس

تمرين (١) على مفاهيم و تعاريف هندسية

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك

عزيزي الطالب
في هذا المكان من كل تمرين ستجد
أسئلة لمراجعة ما سبق في صورة اختبار تراكمي على ما سبق دراسته تجيبه في نفس الورقة قبل أن تدخل في الدرس الجديد وهذا يجعلك تتذكر ما درست باستمرار ولا تنساه و يجعلك في مراجعة مستمرة لدروسك السابقة مما يجعلك في تواصل مع ما درست و أيضاً يعودك على الأختبارات و يزيل رهبتها في نفسك وهذه الميزة يقدمها لك كتاب الماهر فقط

ثانياً : اجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

١ أكمل ما يأتي :

(١) قياس الزاوية المنفرجة أكبر من .... وأقل من ....

(٢) الزاوية التي قياسها ٧٥° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٣) الزاوية التي قياسها ٦٣° يكون قياس متممتها .... وقياس مكملتها .... والمنعكسة لها تكون قياسها ....

(٤) الزاوية التي قياسها ٥٦° تتممها زاوية قياسها .... وتكملها زاوية قياسها ....

(٥) الزاوية التي قياسها ٣٥° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٦) قياس الزاوية المستقيمة = ... بينما قياس الزاوية القائمة = ...

(٧) إذا كان ق (∠ أ) = ٦٠° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...

(٨) الزاوية الحادة تتممها زاوية .... وتكملها زاوية ....

(٩) إذا كانت ∠ س تتمم ∠ ص ، ق (∠ س) = ق (∠ ص) فإن ق (∠ س) = ...°

(١٠) إذا كانت ∠ أ تكمل ∠ ب ، ق ∠ (أ) = ق (∠ ب) فإن ق (∠ أ) = ...°

(١١) إذا كان ق (∠ س) = ٣٠° ، ق (∠ ص) = ٢ ق (∠ س) فإن الزاويتين س ، ص تكونان ....

(١٢) إذا كان ب ؤ ينصف ∠ أ ب هـ ، ق (∠ أ ب و) = ٣٠° فإن ق (∠ أ ب هـ) = ...°

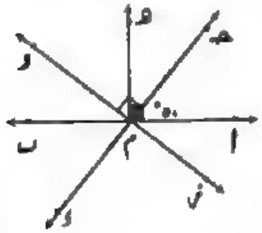
٢ (أ) أكمل ما يأتي :

(١) الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان مشتركتان ....

(٢) الزاويتان المتقابلتان بالرأس .... في القياس

(٣) إذا تقاطعت عدة أشعة في نقطة واحدة فإن مجموع ....

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{هـ ؤ} \cap \overleftrightarrow{ن و} = \{م\}$ ،

ق (∠ أ م هـ) = ٥٠° ،

$\overleftarrow{م ء} \perp \overleftarrow{م أ}$ ، $\overleftarrow{م هـ} \perp \overleftarrow{م و}$

فأكمل ما يأتي :

(١) ق (∠ ء م ب) = ...°

(٢) ق (∠ هـ م ء) = ...°

(٣) ق (∠ أ م ن) = ...°

(٤) ق (∠ ء م و) = ...°

(٥) ∠ أ م ن ، ∠ و م ب زاويتان ....

(٦) ∠ و م ب ، ∠ ب م ؤ زاويتان ....

(٧) ∠ أ م ء ، ∠ ء م ب زاويتان ....

٣ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) إذا مدت القطعة المستقيمة من إحدى جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى ، قطعة مستقيمة ، شعاع ، خط مستقيم]

(٢) إذا مدت القطعة المستقيمة من جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى ، قطعة مستقيمة ، شعاع ، خط مستقيم]

[مستقيمان منطبقان أو ...

⑤ $\overline{\text{أ ب}}$ = ... [$\overrightarrow{\text{ب أ}}$ أو $\overline{\text{ب أ}}$ أو $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$]

⑥ الزاوية التى قياسها ٥٠° تكمل زاوية قياسها ....

[٥٠° أو ٤٠° أو ١٣٠° أو ٩٠°]

⑦ الزاوية التى قياسها ٤٠° تتمم زاوية قياسها ....

[٣٠° أو ١٤٠° أو ٤٠° أو ٥٠°]

⑧ الزاويـــة التـــى قياســـها ١٠٨° تكـــون ....

[قائمة أو مستقيمة أو منعكسة أو منفرجة]

⑨ قيـــــاس الزاويــــــة المستقيمــــــة = ...

[٣٦٠° أو ١٠٨° أو ١٨٠° أو ٩٠°]

⑩ الزاويتان المتتامتان مجمــوع قياسيهـــما = ...

[١٠٨° أو ٩٠° أو ٣٦٠° أو ١٨٠°]

⑪ الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيـم تكونان ....

[متتامتان أو متكاملتان أو متساويتان أو غير ذلك]

⑫ إذا كانت إحدى الزاويتان المتكاملتان منفرجة فإن الزاوية الأخرى تكـون ....

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

⑬ رأس الزاويــة ينتمى إلى مجموعــة نقــط ....

[الزاوية أو خارج الزاوية أو داخل الزاوية أو غير ذلك]

⑭ إذا كانت الزاويتان المتتامتان متجاورتين واحداهما حادة فإن الأخرى تكون ......

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

⑮ إذا كانت إحدى الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان قائمة فإن الزاوية الأخرى تكون ......

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

[٣٠° أو ٦٠° أو ٩٠° أو ٤٥°]

⑱ المنصفـــــان لزاويتـــــين متجاورتـــــين ومتكاملتـــــين ....

[متعامدان أو متوازيان أو منطبقان أو غير ذلك]

⑲ إذا كانت ∠ أ تكمل ∠ ب ، ∠ أ تكمـل زاويـــة هـ فإن ∠ ب ، ∠ هـ ....

[متتامتان أو متكاملتان أو متجاورتان أو متساويتان فى القياس]

⑳ إذا كان ق (∠ س) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ص) ، ق (∠ س) = ٣٠° فـإن الزاويتـــــان س ، ص تكـــونان ....

[متتامتان أو متكاملتان أو منفرجتان أو متساويتان فى القياس]

㉑ مجموع قياســات الزوايــا المتجــاورة المتجمعــة حــول نقطــة = ...

[٩٠° أو ٣٠٦° أو ١٨٠° أو ٣٦٠°]

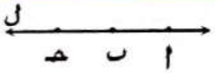
㉒ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكــونان ....

[متجاورتان أو متكاملتان أو متتامتان أو متساويتان فى القياس]

㉓ الزاويــة التــى قياسهــا ٦٠° تقابلــها بالرأس زاويــة قياســها = ...

[٣٠٠° أو ١٢٠° أو ٦٠° أو ٣٠°]

④ فى الشكل المقابل



أجب عـــما يأتـــى :

① هل $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\overrightarrow{\text{أ هـ}}$ ؟ ولماذا

② هل $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ = $\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ ؟ ولماذا

③ هل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$ ؟ ولماذا

④ هل $\overline{\text{أ ب}}$ = $\overline{\text{ب أ}}$ ؟ ولماذا

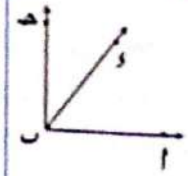
⑤ أكتب أربعـــة أسمـــاء مختلفـــــة للمستقيـــــم ل

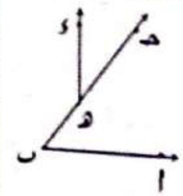
⑥ ما معنى أن النقطـــــة ب تنتمــى للمستقيـــــم ل ؟

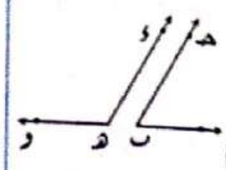
⑦ ما الفرق بين $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، أ ب ؟

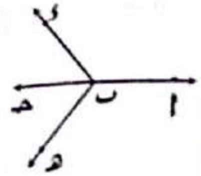
⑧ متى نقول أن أ ، ب ، هـ علـــى استقامـــة واحـــدة ؟

(٥) (أ) فى كل من الأشكال الآتية وضح ما إذا كانت الزاويتان المكتوبتان متجاورتان أم لا ؟


شكل (١)
∠ا ب ى ، ∠ا ب حـ


شكل (٢)
∠ا ب حـ ، ∠حـ هـ ى


شكل (٣)
∠ا ب حـ ، ∠ى هـ و


شكل (٤)
∠ى ب حـ ، ∠حـ ب هـ

(ب) فـــى شـــكل (٤) اكتب ستـــة أزواج مـــن الزوايـــا المتجـــاورة

(٦) اذكر أنواع الزوايا التالية والتى قياس كل منها :

(١) ٦٠° (٢) ١٣٠° (٣) ٦٠َ ٨٩° (٤) ١٨٥°
(٥) ٤٣° (٦) ١َ ١٨٠° (٧) صفر° (٨) ١٨٠°
(٩) ٩٠° (١٠) ١٩٠° (١١) ٢٦٠° (١٢) ١٠٨°

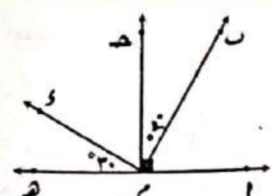
مسائل المستوى الثانى

(٧) أكمل الجدول الآتى :

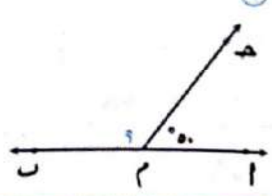
قيـــاس ∠أ	٢٠°	٥٠°				
قياس متممة ∠أ			٦٠°			٩٠°
قياس مكملة ∠أ				١٧٠°		
قياس ∠أ المنعكسة					٢٩٠°	

(٨) باستخدام الشكل المقابل أذكر :

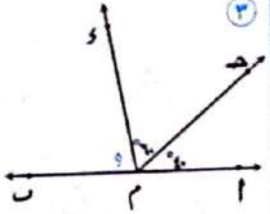
(١) زوجاً من أزواج الزوايا المتجاورة
(٢) زوجاً من أزواج الزوايا المتتامة
(٣) زوجاً من أزواج الزوايا المتكاملة

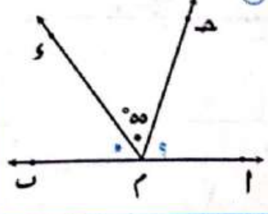


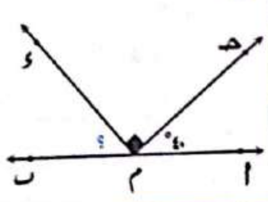
(٩) فى كل من الأشكال الآتية: إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ فأوجد على الرســـم قياســـات الزوايـــا التـــى عليـــها العلامـــة " ؟ "

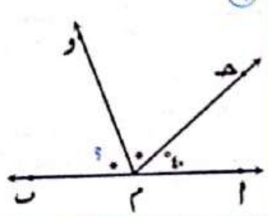
(١)


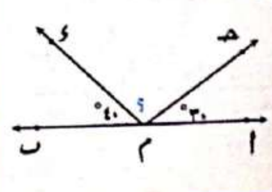
(٢)

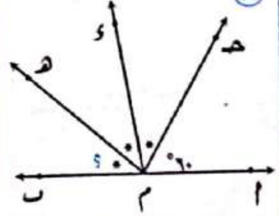
(٣)


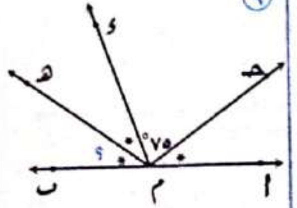
(٤)


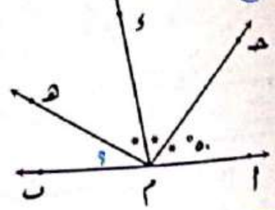
(٥)


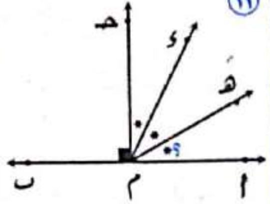
(٦)


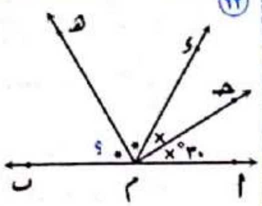
(٧)


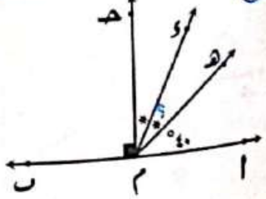
(٨)


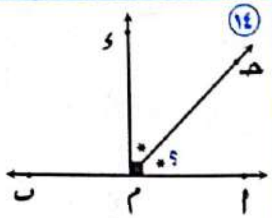
(٩)


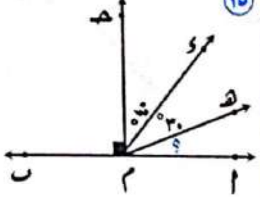
(١٠)


(١١)


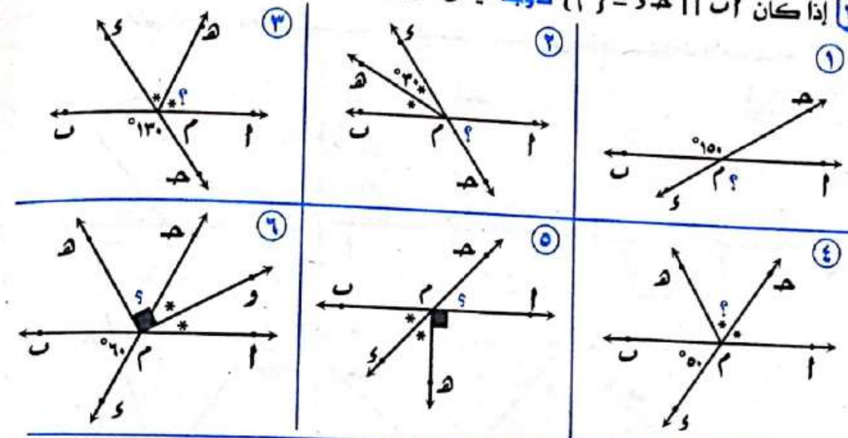
(١٢)


(١٣)


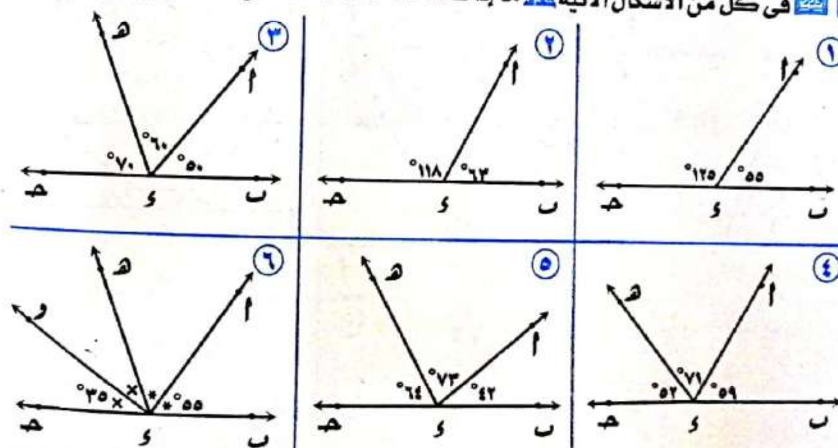
(١٤)


(١٥)


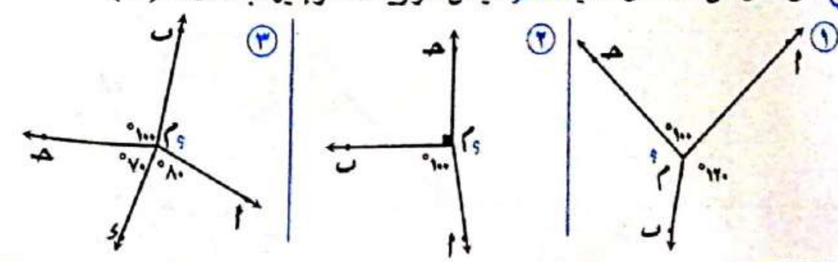
(١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{جـ د}} = \{\text{م}\}$ فأوجد قياس الزاوية التى عليها العلامة " ؟ "فيما يأتى :

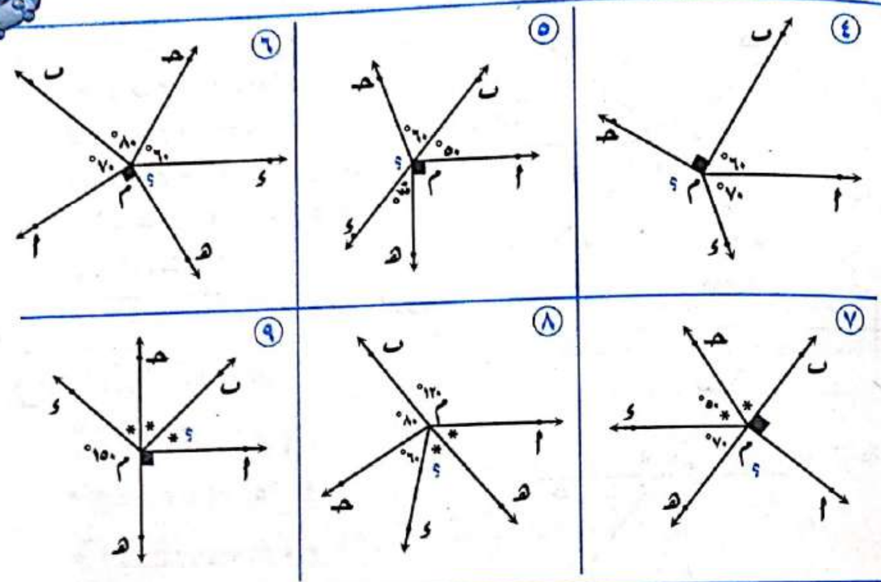


(١١) فى كل من الأشكال الآتية حدد ما إذا كانت $\overrightarrow{\text{دب}}$ ، $\overrightarrow{\text{دجـ}}$ على استقامة واحدة أم لا ؟

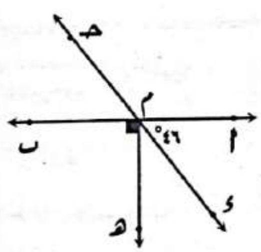


(١٢) فى كل من الأشكال الآتية اذكر قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟)





(١٣) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{جـ د}} = \{\text{م}\}$ ،

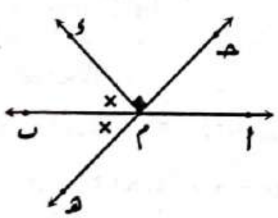
ق (∠ أ م د) = ٤٦° ،

ق (∠ هـ م ب) = ٩٠°

أوجد ق (∠ هـ م جـ)

[١٣٦°]

(١٤) فى الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{جـ هـ}} = \{\text{م}\}$ ،

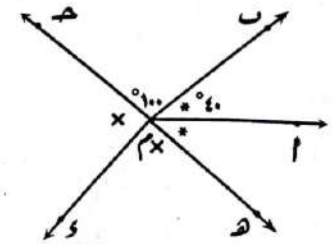
$\overrightarrow{\text{م د}} \perp \overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{م ب}}$ منصف ∠ د م هـ

فأوجد قياسات الزوايا التالية :

∠ ب م هـ ، ∠ د م هـ ، ∠ أ م جـ ، ∠ أ م هـ

[٤٥° ، ٩٠° ، ٤٥° ، ١٣٥°]

١٥ في الشكل المقابل:



ق(∠ب م هـ) = ١٠٠° ،

ق(∠أ م ب) = ٤٠° ،

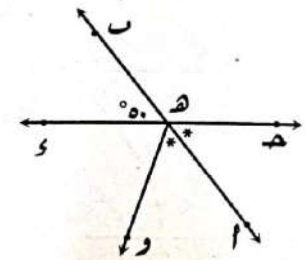
ق(∠أ م هـ) = ق(∠أ م ب) ،

ق(∠جـ م ء) = ق(∠هـ م ء)

أوجد ق(∠جـ م ء)

هل م هـ ، م جـ على استقامة واحدة [٩٠°]

١٦ في الشكل المقابل:



أب ∩ جـء = {هـ} ،

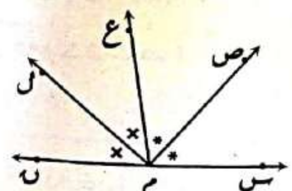
ق(∠ب هـ ء) = ٥٠° ،

هـأ ينصف (∠جـ هـ و)

أوجد: ق(∠و هـ ء) [٨٠°]

مسائل المتفوقين

١٧ في الشكل المقابل:



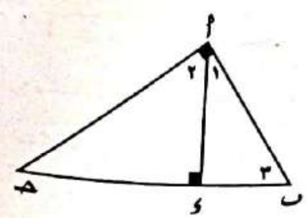
س ن مستقيم ،

م ص ينصف ∠س م ع ،

م ل ينصف ∠ع م ن

أذكر ق(∠ص م ل)

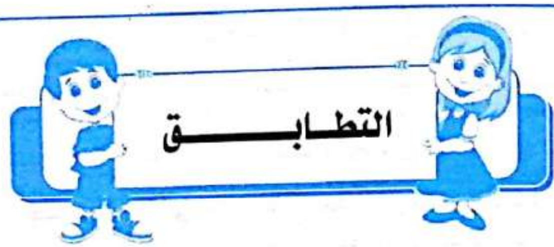
١٨ في الشكل المقابل:



إذا كانت ∠١ تتمم ∠٢ ، ∠١ تتمم ∠٣

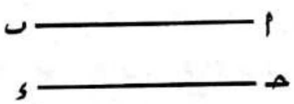
وكان ق(∠٢) = ٥٠° ، ء ∈ ب جـ

أذكر ق(∠٣) [٥٠°]



تطابق قطعتين مستقيمتين

تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتين في الطول



مثلاً: إذا كان طول أب = طول جـء

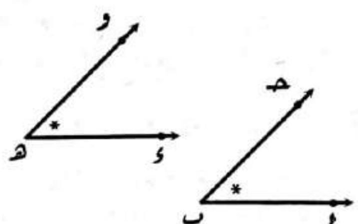
فإن أب تطابق جـء وتكتب أب ≡ جـء

والعكس صحيح إذا كانت أب ≡ جـء

فإن طول أب = طول جـء

تطابق زاويتين

تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتين في القياس



مثلاً: إذا كان ق(∠أ ب جـ) = ق(∠ء هـ و)

فإن ∠أ ب جـ تطابق ∠ء هـ و

وتكتب ∠أ ب جـ ≡ ∠ء هـ و

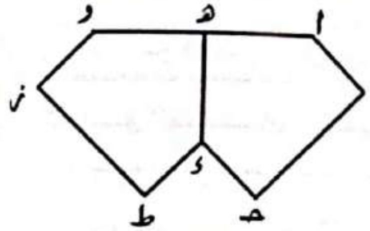
والعكس صحيح أي أنه

إذا كان ∠أ ب جـ ≡ ∠ء هـ و

فإن ق(∠أ ب جـ) = ق(∠ء هـ و)

تطابق مضلعين

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوس المضلعين بحيث يطابق كل ضلع و كل رأس فى المضلع نظيره فى المضلع الآخر



فمثلاً : إذا كان المضلع ا ب جـ ء هـ يطابق المضلع و ن ط ء هـ

فإن ا ب = و ن ، ب جـ = ن ط ، جـ ء = ط ء ، ا هـ = و هـ ، هـ ء ضلع مشترك

ق (∠ ا) = ق (∠ و) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ن) ، ق (∠ جـ) = ق (∠ ط)

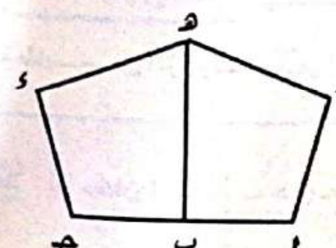
ق (∠ جـ ء هـ) = ق (∠ ط ء هـ) ، ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ و هـ ء)

ملاحظة يجب كتابة المضلعين المتطابقين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

أمثلة توضيحية

مثال ١ فى الشكل المقابل :

المضلع ا ب هـ و يطابق المضلع جـ ب هـ ء



أكمل ما يأتى :

① ا ب = ...

② ا و = ...

③ و هـ = ...

④ ق (∠ ا) = ...

⑤ ق (∠ و) = ...

⑥ ق (∠ و هـ ب) = ...

⑦ ق (∠ ا ب هـ) = ...

الحل

① جـ ب ② جـ ء ③ ء هـ ④ ق (∠ جـ)

⑤ ق (∠ ء) ⑥ ق (∠ ء هـ ب) ⑦ ق (∠ جـ ب هـ)

تمارين (٢) **على التطابق** أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك ١٠ ١/٣ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمى (١)

١ **(ا) أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :**

① الزاوية التى قياسها ١٠٠° تكمل زاوية قياسها ....

[١٠٠° أ، ٨٠° أ، ٢٠° أ، ٢٦٠°]

② الزاوية التى قياسها ١٠٥° تكون ....

[قائمة أ، مستقيمة أ، منعكسة أ، منفرجة]

③ وحدة قياس الزاوية هى ....

[الدرجة أ، السنتيمتر أ، الكجم أ، غيرذلك]

④ إذا كان ق (∠ ب) = ١٦٠° فإن ق (∠ ب) المنعكسة = ...

[٢٠° أ، ٢٠٠° أ، ٣٠٠° أ، ٣٦٠°]

٤ درجات

(ب) أكمل ما يأتى :

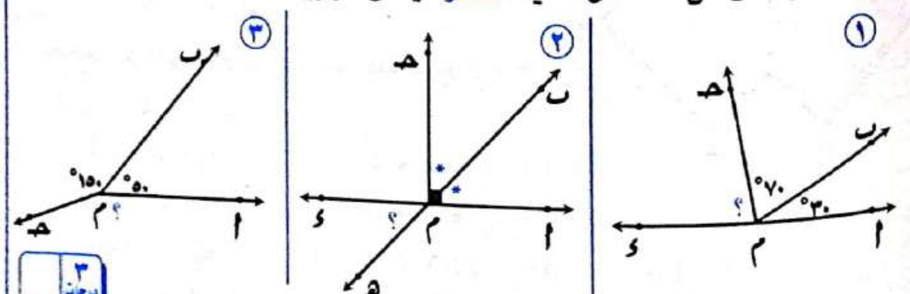
① الزاوية التى قياسها ١٨٠° هى زاوية ....

② الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما = ...

③ الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيم تكونان ....

٣ درجات

(جـ) فى كل من الأشكال الآتية **اذكر** قياس الزاوية التى عليها العلامة (؟)



٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتي :

① تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا ....

② تتطابق الزاويتان إذا كانتا ....

③ يتطابق المضلعان إذا وجد تقابل بين رؤوسيهما بحيث يطابق كل .... وكل .... في المضلع الأول نظيره في ....

④ إذا كان $\overline{\text{أب}} \equiv \overline{\text{جـ د}}$ فإن أب = ...

⑤ إذا كان ∠أ ≡ ∠ب وكان ق(∠أ) = ٤٠° فإن ق(∠ب) = ...°

⑥ إذا كانت جـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ فإن أجـ .... ب جـ

⑦ إذا كان المضلع أ ب جـ د ≡ المضلع س ص ع ل فإن $\overline{\text{أب}}$ ≡ .... ، ق(∠ب جـ د) = ق(∠ ....)

⑧ إذا كان ∠أ تكمل ∠ب ، ∠أ ≡ ∠ب فإن ق(∠ب) = ...°

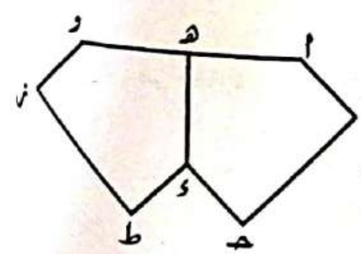
⑨ إذا كان ∠أ تتمم ∠ب ، ∠أ ≡ ∠ب فإن ق(∠أ) = ...°

⑩ إذا كان $\overline{\text{أب}} \equiv \overline{\text{س ص}}$ فإن أب − س ص = ...

⑪ يتطابق المربعان إذا تساوى .... ، بينما يتطابق المستطيلان إذا تساوى ....

مسائل المستوى الثاني

(٣) في الشكل المقابل :



المضلع أ ب جـ د هـ يطابق المضلع و ن ط د هـ

أكمل ما يأتي :

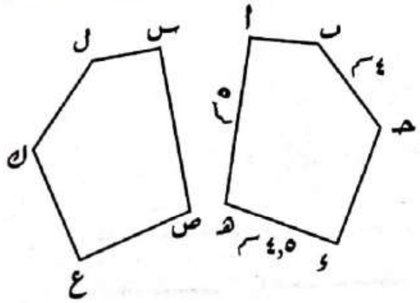
① أب = ... ، د جـ = ...

② ب جـ = ... ، هـ أ = ...

③ ق(∠أ) = ق(∠ .....) ، ق(∠ب) = ق(∠ .....)

④ ق(∠جـ) = ق(∠ .....) ، ق(∠هـ د جـ) = ق(∠ .....)

(٤) في الشكل المقابل :



إذا كان المضلعان متطابقان

فأكمل ما يأتي :

① الرأس ب تناظر الرأس ....

② المضلع ك ع ص س ل يطابق المضلع ......

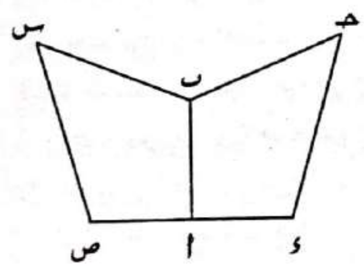
③ ل ك = ... سم

④ ق(∠أ) = ق(∠ ....)

⑤ س ص = ... سم

⑥ ق(∠ص) = ق(∠ ....)

(٥) في الشكل المقابل :



إذا كان المضلعان متطابقان

(أ) فأكمل ما يأتي :

① المضلع أ ب جـ د يطابق المضلع ....

② الضلع المشترك بينهما هو ....

(ب) لماذا تكون الجمل الآتية صواباً ؟

① أ هي نقطة منتصف $\overline{\text{د ص}}$

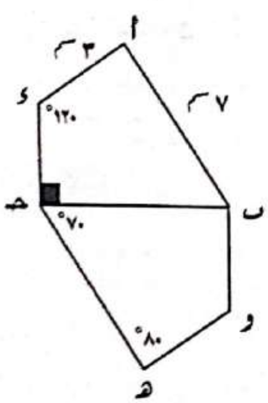
② ∠ص أ ب تطابق ∠د أ ب

③ $\overline{\text{ب أ}} \perp \overline{\text{د ص}}$

④ $\overline{\text{أب}}$ في المضلع أ ب جـ د تطابق $\overline{\text{أب}}$ في المضلع أ ب س ص

مسائل المتفوقين

(٦) في الشكل المقابل :



المضلع أ ب جـ د يطابق المضلع هـ جـ ب و

$\overline{\text{د جـ}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، ق(∠أ د جـ) = ١٢٠°

ق(∠ب جـ هـ) = ٧٠° ، ق(∠هـ) = ٨٠°

أكمل ما يأتي :

① هـ جـ = ... سم ، ② هـ و = ... سم

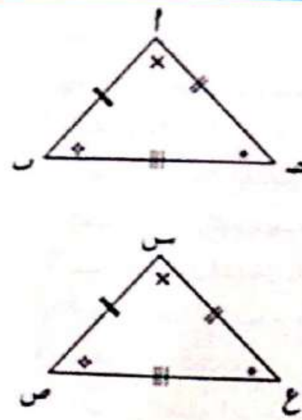
③ ق(∠و) = ...° ، ④ ق(∠أ) = ...°

⑤ ق(∠أ ب و) = ...°

تطابق المثلثات

تطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا وجد تناظر بين رؤوس المثلثين بحيث يطابق كل عنصر من العناصر الستة لأحدهما العنصر المناظر من المثلث الآخر



ونحن نعلم أن لأى مثلث ثلاث أضلاع وثلاث زوايا وهى تعرف بالعناصر الستة للمثلث

فإذا كان ا ب حـ ، س ص ع مثلثين فيهما :

(١) ا ب = س ص ، ا حـ = س ع ، ب حـ = ص ع

(٢) ق(∠ ا) = ق(∠ س) ، ق(∠ ب) = ق(∠ ص) ، ق(∠ حـ) = ق(∠ ع)

فإن Δ ا ب حـ يطابق Δ س ص ع

وتكتب Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع

والعكس صحيح

إذا تطابق مثلثين فإن أضلاعهما المتناظرة متساوية فى الطول وزواياهما المتناظرة متساوية فى القياس

أى أنه إذا كان Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع فإن :

∠ا ≡ ∠س ، ∠ب ≡ ∠ص ، ∠حـ ≡ ∠ع

ا ب ≡ س ص ، ب حـ ≡ ص ع ، حـ ا ≡ ع س (رموز القطع المستقيمة مكتوبة بخط فوقها)

ملاحظات

- عند كتابة المثلثين المتطابقين يجب أن يكون لهما نفس الترتيب فى كتابة رؤوسهما المتناظرة
- Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع

الرأس ا	تناظر	الرأس س
الرأس ب	تناظر	الرأس ص
الرأس حـ	تناظر	الرأس ع

- على هذا فإنه يمكن التعبير عن المثلثين المتطابقين السابقين بست طرق وهى :

Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع أو Δ ا حـ ب ≡ Δ س ع ص

Δ ب ا حـ ≡ Δ ص س ع أو Δ ب حـ ا ≡ Δ ص ع س

Δ حـ ا ب ≡ Δ ع س ص أو Δ حـ ب ا ≡ Δ ع ص س

حالات تطابق مثلثين

لإثبات تطابق مثلثين فإنه ليس من الضرورى إثبات تطابق العناصر الستة فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر ولكن يوجد حالات يكتفى فيها بإثبات تطابق ثلاثة عناصر فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر على أن يكون أحدهما ضلع على الأقل وبالرغم من استخدام الأدوات الهندسية تستطيع أن ترسم وتقيس الأشكال باستخدام برامج الكمبيوتر لتساعدك على اكتشاف حالات تطابق المثلثين والتى سنعرضها فيما يلى :

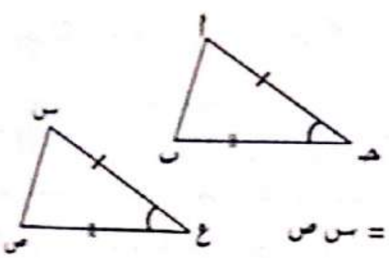
الحالة الأولى لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق **ضلعان والزاوية المحصورة بينهما** فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

فى Δ ا ب حـ ، Δ س ص ع إذا كان :

ا حـ = س ع ، ب حـ = ص ع ، ∠حـ ≡ ∠ع

فإن Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع



وينتج أن :

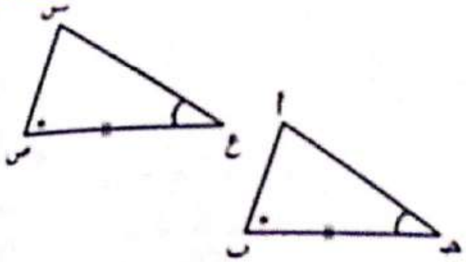
∠ا ≡ ∠س ، ∠ب ≡ ∠ص ، ا ب = س ص

ملاحظات

- يجب أن تكون الزاوية محصورة بين الضلعين
- إذا ساوى قياسا زاويتين من مثلث قياسا زاويتين من مثلث آخر فإن قياس الزاوية الثالثة من المثلث الأول يساوى قياس الزاوية الثالثة من المثلث الآخر

الحالة الثانية لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر



في Δ ا ب هـ ، Δ س ص ع إذا كان :

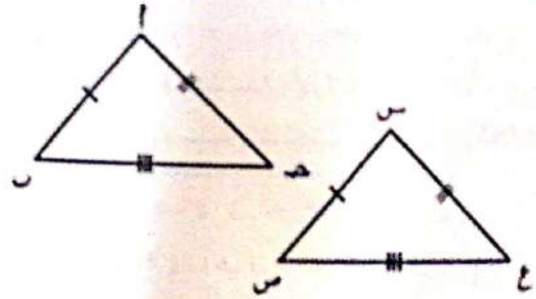
ق(∠ب) = ق(∠ص) ،

ق(∠هـ) = ق(∠ع) ، هـ ب = ع ص

فإن Δ ا ب هـ ≡ Δ س ص ع

الحالة الثالثة لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر



في Δ ا ب هـ ، Δ س ص ع إذا كان :

ا ب = س ص

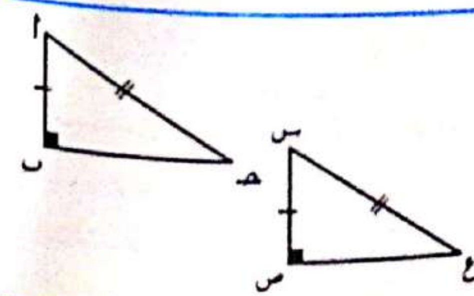
ا هـ = س ع

ب هـ = ص ع

فإن Δ ا ب هـ ≡ Δ س ص ع

الحالة الرابعة لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعي القائمة في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر



في Δ ا ب هـ ، Δ س ص ع إذا كان :

ق(∠ب) = ق(∠ص) = ٩٠°

ا هـ = س ع ، ا ب = س ص

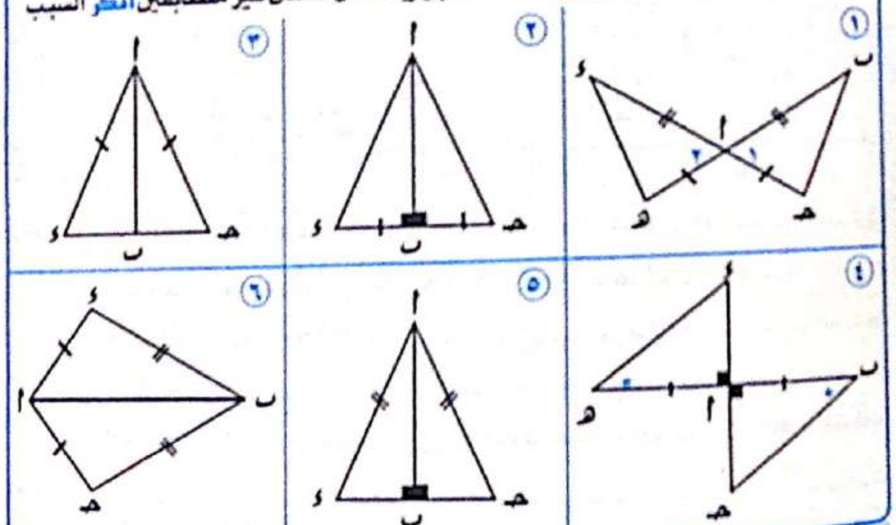
فإن Δ ا ب هـ ≡ Δ س ص ع

ملاحظة

- لإثبات تطابق مثلثين يكفى إثبات تطابق ثلاثة عناصر فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر أحدها ضلع على الأقل وبالتالى تكون العناصر الثلاثة الأخرى فى أحدهما مطابقة لنظائرها فى المثلث الآخر

أمثلة توضيحية

مثال ١ العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات فى الأشكال التالية فهل المثلثان متطابقان ؟ وإذا كان المثلثان متطابقان اكتب تطابق المثلثين وبين حالة التطابق وإذا كان المثلثان غير متطابقين اذكر السبب



الحل

① Δ ا ب هـ ≡ Δ ا ء هـ (ضلعان وزاوية محصورة) (ق(∠١) = ق(∠٢) بالتقابل بالرأس)

② Δ ا ب هـ ≡ Δ ا ب ء (ضلعان وزاوية محصورة لاحظ أن $\overline{اب}$ ضلع مشترك فى المثلثين)

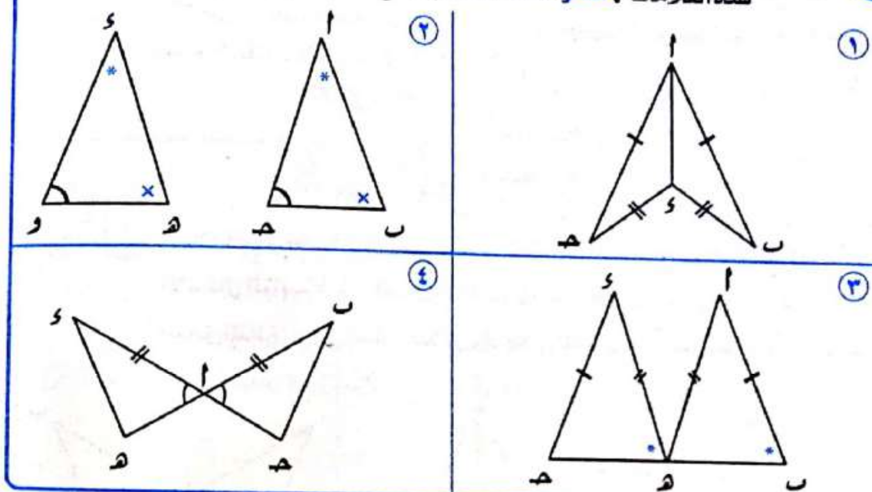
③ المثلثين غير متطابقين لأن ا هـ = ا ء ، $\overline{اب}$ ضلع مشترك ولا يوجد عنصر ثالث لتطابق المثلثين

④ Δ ا ب هـ ≡ Δ ا هـ ء (زاويتين والضلع المرسوم بين رأسيهما)

⑤ Δ ا ب هـ ≡ Δ ا ب ء (وتر وضلع فى المثلث القائم)

⑥ Δ ا ب هـ ≡ Δ ا ب ء (ثلاثة أضلاع)

مثال ٢ في الأشكال الآتية العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة التى عليها هذه العلامات ، **اذكر** المثلثات المتطابقة مع ذكر السبب ؟ ثم **اذكر** ناتج التطابق



الحل

① Δ أ ب د ≡ Δ أ جـ د لأن أ ب = أ جـ ، ب د = جـ د ، أ د ضلع مشترك
وينتج من التطابق أن ∠ب ≡ ∠جـ ، ∠ب أ د ≡ ∠جـ أ د ، ∠أ د ب ≡ ∠أ د جـ

② لا يتطابق المثلثان لأن لا يمكن التطابق بالزوايا فقط

③ لا يتطابق المثلثان لأن الزاوية المعطاة غير محصورة بين الضلعين

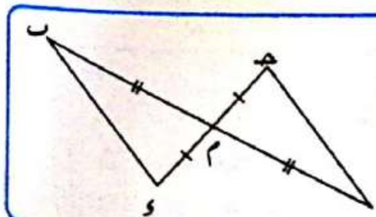
④ لا يتطابق المثلثان لتطابق ضلع وزاوية فقط وهذه المعلومات غير كافية للتطابق

مثال ٣ **في الشكل المقابل :**

أ ب ∩ جـ د = {م}

أ م = ب م ، جـ م = د م

هل Δ أ م جـ ≡ Δ ب م د ؟ ولماذا ؟



الحل

Δ أ م جـ ≡ Δ ب م د (تطابق ضلعان والزاوية المحصورة)

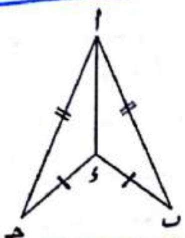
لأن أ م = ب م ، جـ م = د م ، ق (∠أ م جـ) = ق (∠ب م د) بالتقابل بالرأس

مثال ٤ **في الشكل المقابل :**

أ ب = أ جـ

ب د = جـ د

تحقق من أن أ د ينصف ∠أ



الحل

Δ أ ب د ≡ Δ أ جـ د (تطابق الأضلاع)

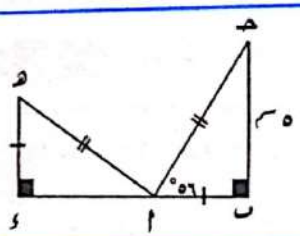
فيكون ق (∠ب أ د) = ق (∠جـ أ د) (من نتائج التطابق)

أى أن أ د ينصف ∠أ

مثال ٥ **في الشكل المقابل :**

ادرس حالة التطابق

ثم **استنتج** ق (∠أ هـ د) ، طول أ د



الحل

Δ أ ب جـ ≡ Δ هـ د أ (تطابق وتر وضلع فى مثلثين قائما الزاوية)

ق (∠أ هـ د) = ق (∠جـ أ ب) = ٥٦° (من نتائج التطابق)

أ د = جـ ب = ٥ سم

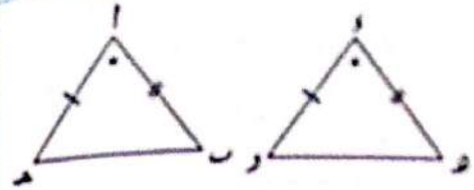
مثال ٦ **ادرس** معطيات المثلثين أ ب جـ ، د هـ و ، إذا كانت المعطيات كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اكتب** " تطابق المثلثين" و**بين** حالة التطابق وإذا كانت المعطيات غير كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اذكر** السبب

① أ ب = د هـ ، أ جـ = د و ، ∠أ ≡ ∠د

② ب جـ = هـ و ، أ ب = د هـ ، ∠ب ≡ ∠د

الحل

(١) نرسم مثلثين ونضع عليهما المعطيات

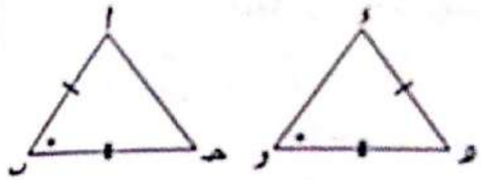


من الرسم يتضح أن :

Δ ا ب جـ ≡ Δ د هـ ر

(ضلعين والزاوية المحصورة)

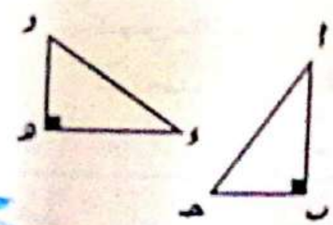
(٢) نرسم مثلثين ونضع عليهما المعطيات المثلثين لا يتطابقان لتطابق ضلعين في أحدهما مع نظائرهما في الآخر ولكن الزاويتين المتطابقتين إحداهما غير محصورة



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

في الشكل المقابل :



Δ ا ب جـ ≡ Δ د هـ ر

أكمل ما يأتي :

(١) ∠ ا ≡ ∠ .... ، $\overline{اب}$ ≡ ....

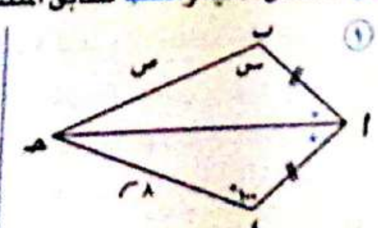
(٢) ∠ ب ≡ ∠ .... ، $\overline{ب جـ}$ ≡ ....

(٣) ∠ ر ≡ ∠ .... ، $\overline{ر د}$ ≡ ....

تدريب (٢)

ادرس الأشكال الآتية واكتب تطابق المثلثين وأوجد قيمة س ، ص فيما يأتي :

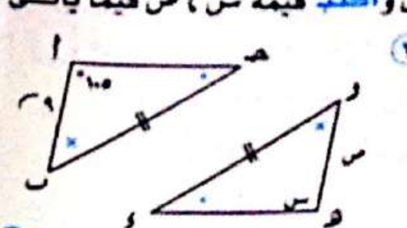
(١)



Δ .... ≡ Δ ....

س = ... ، ص = ...

(٢)



Δ ا ب جـ ≡ Δ ....

س = ... ، ص = ...

تمارين (٣) على تطابق المثلثـات

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

١/٢ ساعة امتحان ومراجعة

١٠

اختبار تراكمي (٢)

[١] (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(١) مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة = ...

[٩٠° ، ١٨٠° ، ٣٠٦° ، ٣٦٠°]

(٢) الزاوية التي قياسها ٨٠° تتمم زاوية قياسها ....

[١٠٠° ، ٨٠° ، ٢٨٠° ، ١٠°]

(٣) قياس الزاوية المستقيمة = ...

[صفر° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°]

(٤) إذا كان ق (∠ ا ب جـ) = ٩٠° فإن ق (∠ ا ب جـ) المنعكسة = ...

[٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°]

٤ درجات

(ب) أكمل ما يأتي :

(١) الزاوية المنفرجة هي الزاوية التي قياسها ....

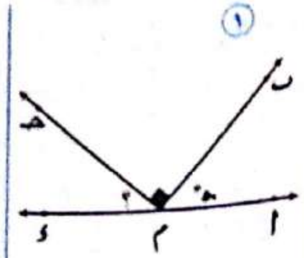
(٢) الزاويتان المتكاملتان هما ....

(٣) الزاوية الحادة تتممها زاوية .... و تكملها زاوية ....

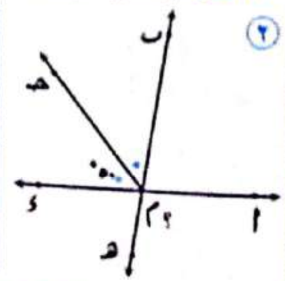
٣ درجات

(جـ) إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{ا د}$ فاذكر قياس الزاوية التي عليها العلامة (؟) :

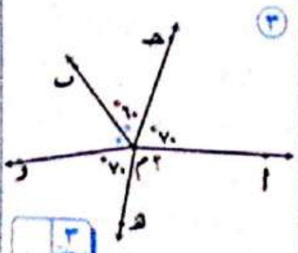
(١)



(٢)



(٣)

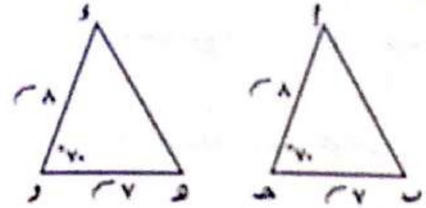


٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

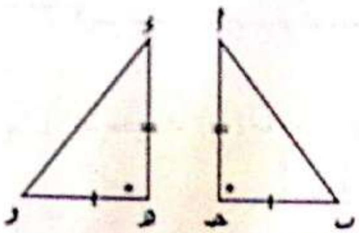
مسائل المستوى الأول

(٢) (أ) في كل من الأشكال الآتية إذا كان المثلثان متطابقان فأكمل ما يأتي بحيث تكون قراءة المثلثين بصورة صحيحة :



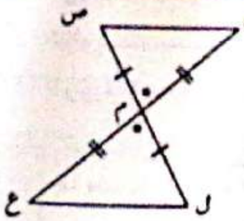
① Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
② Δ أ هـ ب ≡ Δ ....
③ Δ .... ≡ Δ د و هـ
④ Δ ب أ هـ ≡ Δ ....
⑤ Δ هـ أ ب ≡ Δ ....
⑥ Δ و هـ د ≡ Δ ....

(ب) في كل من الأشكال الآتية إذا كان المثلثان متطابقان فأكمل ما يأتي :



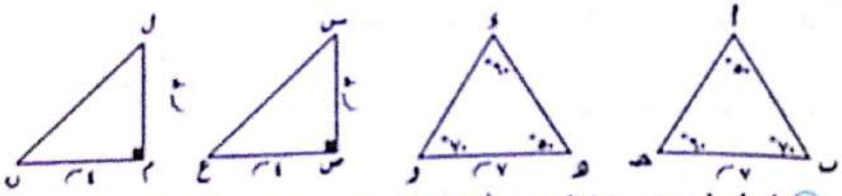
① Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
② Δ أ هـ ب ≡ Δ ....
③ Δ هـ د و ≡ Δ ....
④ Δ هـ ب أ ≡ Δ ....
⑤ Δ و د هـ ≡ Δ ....
⑥ Δ ب هـ أ ≡ Δ ....

(٣) باستخدام الشكل المقابل أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس : بحيث تكون قراءة المثلثين بصورة صحيحة



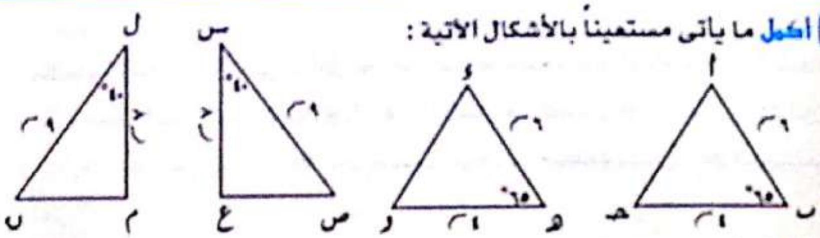
① Δ س م ص ≡ Δ .... [ع م ل أو ل م ع أو ل ع م]
② Δ ل م ع ≡ Δ .... [س م ص أو س ص م أو ص م س]
③ Δ ص س م ≡ Δ .... [ع ل م أو ل ع م أو م ل ع]
④ Δ م ع ل ≡ Δ .... [س ص م أو م ص س أو م س ص]
⑤ Δ م ص س ≡ Δ .... [م ع ل أو م ل ع أو ل م ع]
⑥ Δ س ص م ≡ Δ .... [ع ل م أو ل ع م أو م ع ل]

(٤) أختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس مع ذكر السبب :



① Δ Δ أ ب هـ ، د هـ و (متطابقان - غير متطابقان) لأن ....
② Δ Δ س ص ع ، ل م ن (متطابقان - غير متطابقان) لأن ....

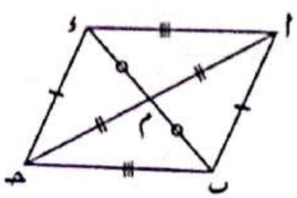
(٥) أكمل ما يأتي مستعيناً بالأشكال الآتية :



(أ) Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
لأن ① .... ② .... ③ ....
(ب) Δ س ص ع ≡ Δ ....
لأن ① .... ② .... ③ ....
ونستنتج أن : ق (∠ ص) = ق (∠ .....) ، ق (∠ ع) = ق (∠ .....) ، ص ع = ...

مسائل المستوى الثاني

(٦) إذا كانت العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات فأختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :



① Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
[أ د هـ أو د هـ ب أو هـ د أ أو أ ب د]
② ق (∠ ب أ هـ) = ق (∠ ......)
[د هـ أ أو د أ هـ أو أ د هـ أو ب هـ أ]

③ ق(∠ أ جـ د) = ق(∠ ......)
[أجـب أو جـأب أو أدجـ أو دأجـ]

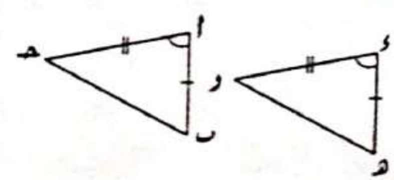
④ Δ أ ب د ≡ Δ ....
[أبجـ أو جـدب أو دجـب أو أبد]

⑤ ق(∠ أ ب د) = ق(∠ ......)
[أبجـ أو جـدب أو أدب أو جـبد]

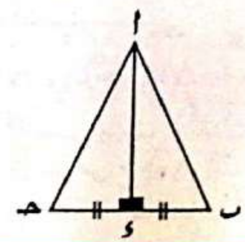
⑥ ∠ أ د ب ≡ ∠ ....
[جـدب أو أبجـ أو بجـد أو جـبد]

٧ العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هـذه العلامات فى الأشـكال التالية **هل** المثلثان متطابقان ؟ وإذا كان المثلثـان متطابقان **اكتب** تطابق المثلثين و **بين** حالـة التطابـق وإذا كـان المثلثـان غـير متطابقـين **اذكر** السبب

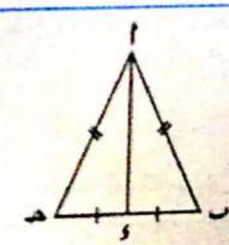
(١)



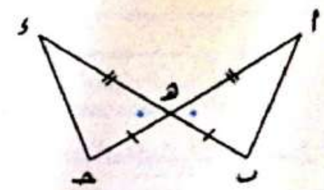
(٢)



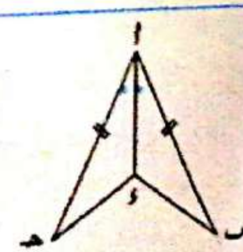
(٣)



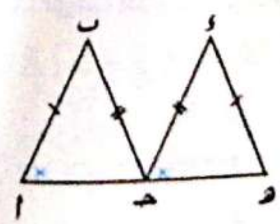
(٤)



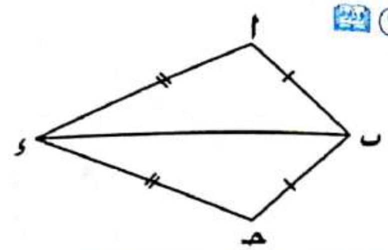
(٥)



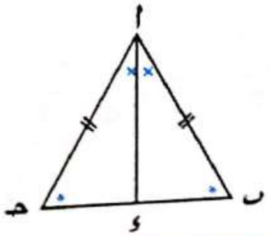
(٦)



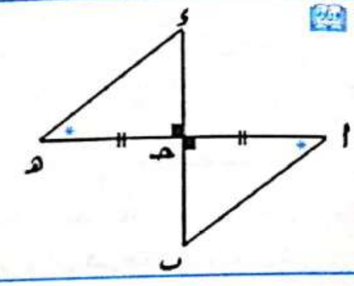
(٧)



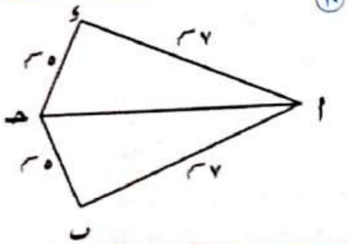
(٨)



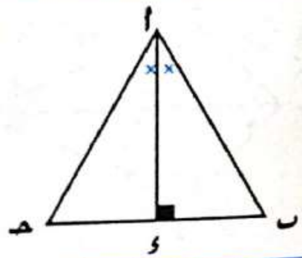
(٩)



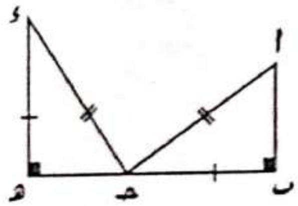
(١٠)



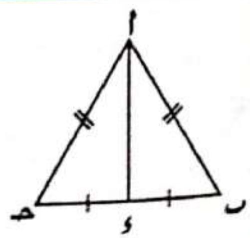
(١١)



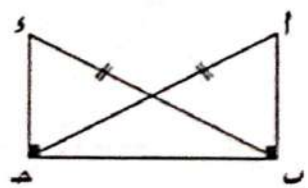
(١٢)



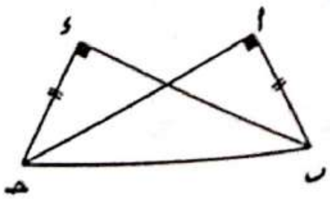
(١٣)



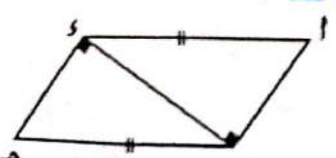
(١٤)



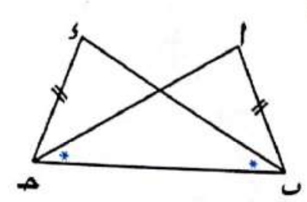
(١٥)



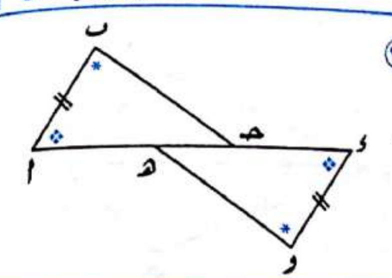
(١٦)



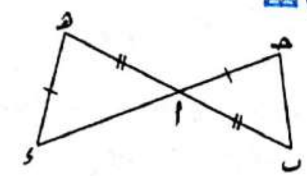
(١٧)



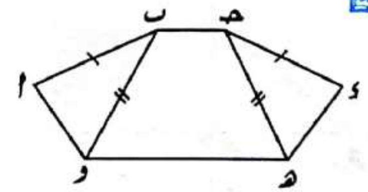
(١٨)



(١٩)

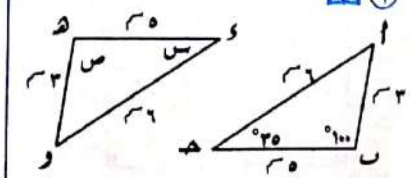


(٢٠)

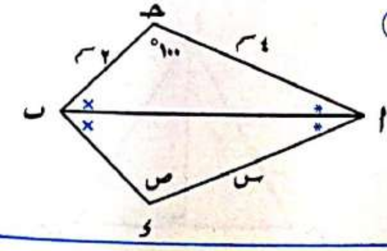


٨ **ادرس** الأشكال الآتية و**أوجد** قيمة س ، ص في كل مما يأتي :

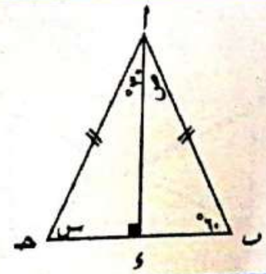
(١)



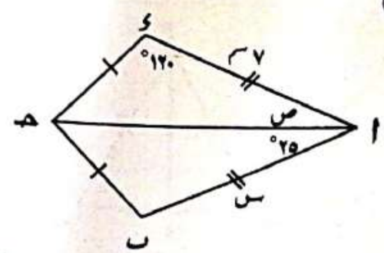
(٢)



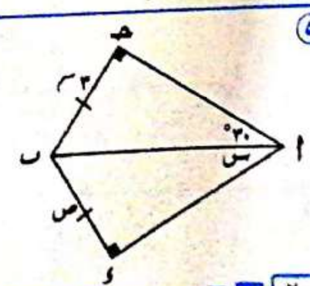
(٣)



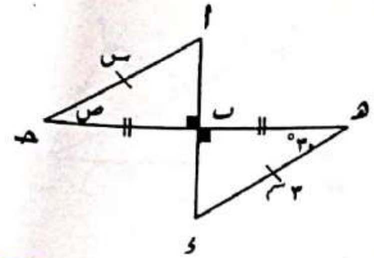
(٤)



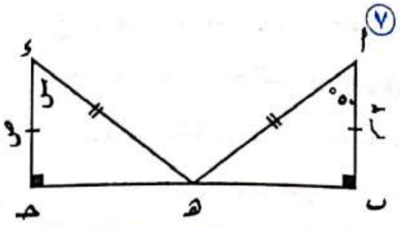
(٥)



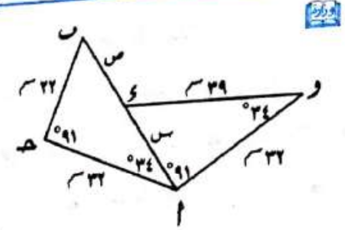
(٦)



(٧)

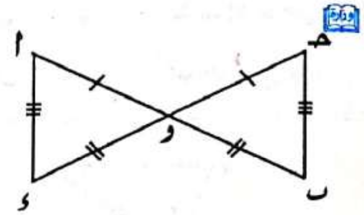


(٨)

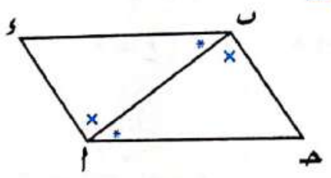


٩ في كل من الأشكال الآتية العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات ، **اذكر** المثلثات المتطابقة مع ذكر السبب ثم **اكتب** ناتج التطابق

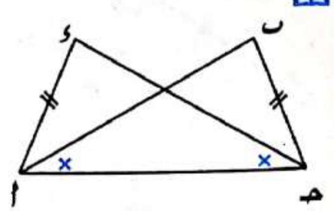
(١)



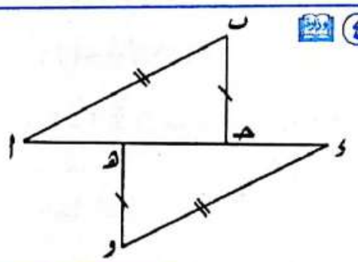
(٢)



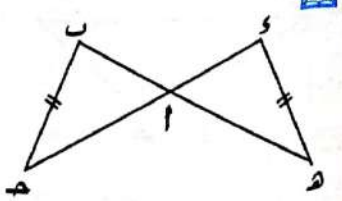
(٣)



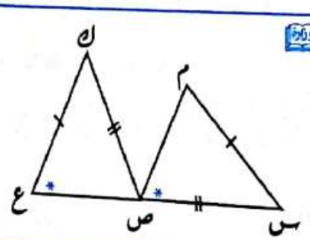
(٤)



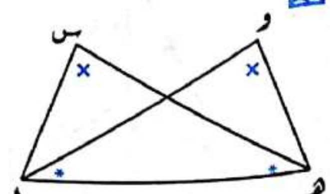
(٥)



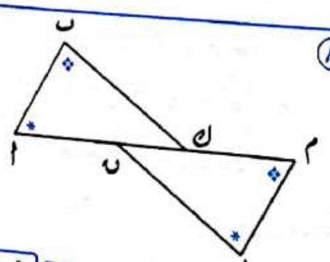
(٦)



(٧)



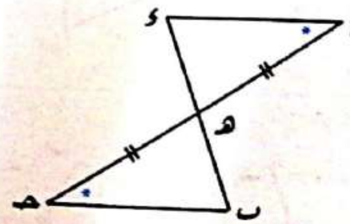
(٨)



ادرس معطيات المثلثين ا ب جـ ، س ص ع إذا كانت المعطيات كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اكتب** "تطابق المثلثين" **وبين** حالة التطابق وإذا كانت المعطيات غير كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اذكر** السبب :

1. ا ب = س ص ، ا جـ = س ع ، ∠ا ≡ ∠س
2. ب جـ = ص ع ، ب ا = ص س ، ∠ب ≡ ∠ع
3. ا ب = ع ص ، ب جـ = ص س ، ا جـ = ع س
4. ا ب = س ص ، جـ ا = ع س ، ∠ب ≡ ∠ص
5. ∠ب ≡ ∠ع ، ∠جـ ≡ ∠س ، ب جـ = ع س

(11) في الشكل المقابل :

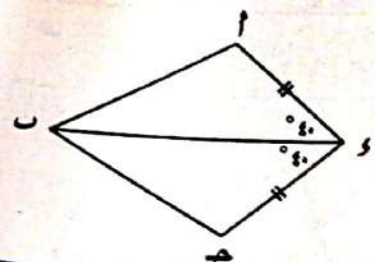


ا جـ ∩ ب د = {هـ}

ق(∠ا) = ق(∠جـ)

هل Δ ا د هـ ≡ Δ جـ هـ ب ؟ ولماذا ؟

(12) في الشكل المقابل :

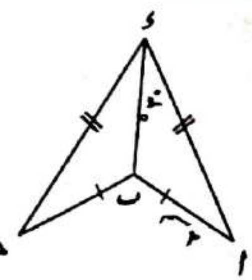


ا د = جـ د ، ق(∠ا د ب) = 40°

ق(∠جـ د ب) = 40°

هل Δ ا د ب ≡ Δ جـ د ب ؟ ولماذا ؟

(13) في الشكل المقابل :



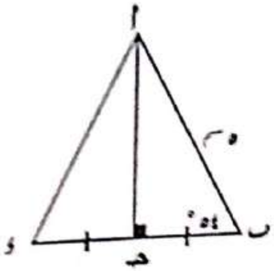
ا د = جـ د ، ا ب = جـ ب

ق(∠ا د ب) = 30° ، ا ب = 2 سم

ادرس حالة التطابق

ثم **استنتج** ق(∠ا د جـ) ، طول ب جـ [60° ، 2 سم]

(14) في الشكل المقابل :



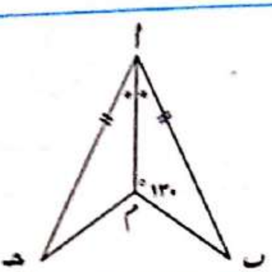
جـ منتصف ب د ، ا جـ ⊥ ب د

ا ب = 5 سم ، ق(∠ب) = 54°

ادرس حالة التطابق

ثم **استنتج** ق(∠د) ، طول ا د [54° ، 5 سم]

(15) في الشكل المقابل :

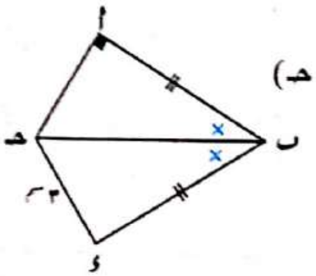


ا ب = ا جـ ، ا م ينصف ∠ب ا جـ

ق(∠ا م ب) = 130° **تحقق** من أن :

م ب = م جـ ، ق(∠ب م جـ) = 100°

(16) في الشكل المقابل :



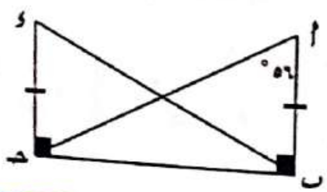
ا ب = د ب ، ق(∠ا ب جـ) = ق(∠د ب جـ)

ق(∠ا) = 90° ، د جـ = 3 سم

تحقق من أن ق(∠د) = 90°

ثم **استنتج** طول ا جـ [3 سم]

(17) في الشكل المقابل :

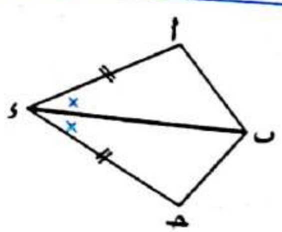


ا ب ⊥ ب جـ ، د جـ ⊥ ب جـ

ا ب = د جـ ، ق(∠ا) = 56°

تحقق من أن ق(∠د) = 56°

(18) في الشكل المقابل :



ا د = جـ د ،

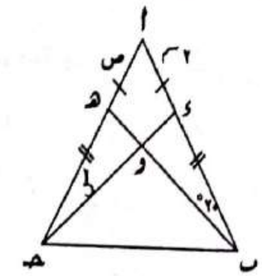
د ب ينصف ∠ا د جـ

تحقق من أن ب د ينصف ∠ا ب جـ

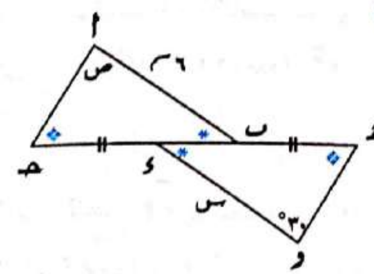
مسائل المتفوقين

(19) ادرس الأشكال الآتية و أوجد قيمة س ، ص فى كل مما يأتى :

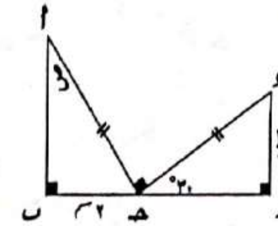
(1)



(2)

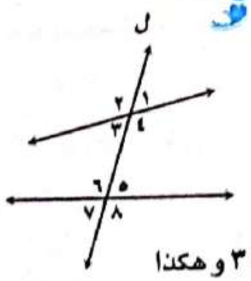


(3)



التـــــوازى

إذا قطع مستقيم أى مستقيمين فإننا نحصل على ٨ زوايا هى المرقمة من ١ إلى ٨ على الرسم المقابل و ينتج عدة أزواج من الزوايا تسمى بمسميات مختلفة حسب أماكنها و هى :



(1) أزواج الزوايا المتجاورة مثل :

∠١ ، ∠٢ & ∠١ ، ∠٤ & ∠٤ ، ∠٣ & ∠٢ ، ∠٣ وهكذا

(2) أزواج الزوايا المتناظرة و هى :

∠١ ، ∠٥ & ∠٢ ، ∠٦ & ∠٤ ، ∠٨ & ∠٣ ، ∠٧

(3) أزواج الزوايا المتبادلة و هى :

∠٤ ، ∠٦ & ∠٣ ، ∠٥ (و هى زوايا ملتصقة بالقاطع ل)

(4) أزواج الزوايا الداخلة و فى جهة واحدة من القاطع و هى :

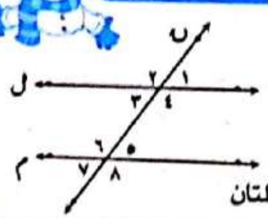
∠٤ ، ∠٥ & ∠٣ ، ∠٦

(5) أزواج الزوايا المتقابلة بالرأس مثل :

∠١ ، ∠٣ & ∠٢ ، ∠٤ & ∠٥ ، ∠٧ & ∠٦ ، ∠٨

و إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنه ينتج بعض العلاقات كما يلى :

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

(1) كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس

(2) كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس

(3) كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

أى أنه إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإننا نستنتج العلاقات السابقة مجتمعة و لكننا نستخدم ما نريده منها

أما إذا سألنا أنفسنا هل ليتوازى مستقيمان يلزم وجود كل هذه العلاقات ؟

بالطبع لا ، لذلك يجب أن نعرف :

متى يتوازى مستقيمين ؟

يتوازى مستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية :

(١) زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس

(٢) زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس

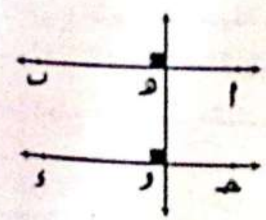
(٣) زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

و يمكن استنتاج بعض النتائج التالية

(١) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون عمودياً على الآخر و العكس صحيح

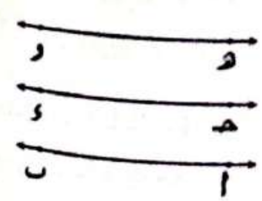
و إذا كان كل من مستقيمين عمودى على مستقيم ثالث فى المستوى كان المستقيمان متوازيان

فمثلاً : إذا رسم أب ، جـ د مستقيمان متوازيان و رسم هـ و عمودى على أحدهما فإنه يكون عمودياً على الآخر و العكس إذا رسما المستقيمان أب ، جـ د عمودياً على هـ و فإنهما يكونان متوازيان



(٢) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان متوازيين

فمثلاً : إذا رسم أب ، جـ د و كل منهما يوازى هـ و فإن أب // جـ د



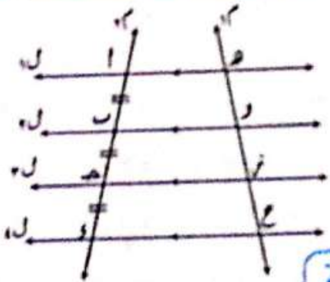
(٣) إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية فى الطول فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر تكون متساوية فى الطول أيضاً

فمثلاً : إذا كانت $ل_1$ // $ل_2$ // $ل_3$ // $ل_4$

وقطعها المستقيمان $م_1$ ، $م_2$

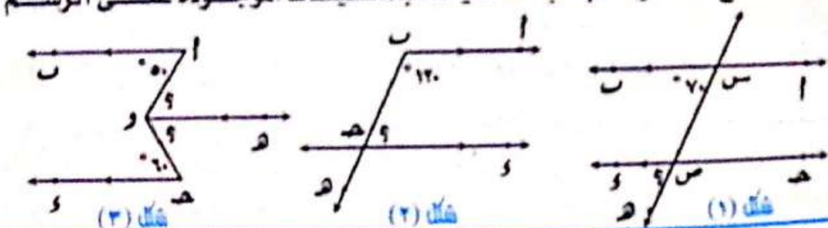
وكانت أ ب = ب جـ = جـ د

فيكون هـ و = و ز = ز ح



أمثلة توضيحية

مثال (١) فى كل من الأشكال التالية أوجد قياسات الزوايا التى عليها العلامة " ؟ " مع ذكر السبب مستعيناً بالمعطيات الموجودة على الرسم



الحل

فى شكل (١) : ق (∠ هـ ص د) = ٧٠° لأن أب // جـ د ، س ص قاطع لهما

فيكون ق (∠ هـ ص د) = ق (∠ ص س ب) بالتناظر

فى شكل (٢) : ق (∠ ب جـ د) = ٦٠° لأن أب // جـ د ،

فيكون ق (∠ أ ب جـ) + ق (∠ ب جـ د) = ١٨٠° لأنهما زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع ب جـ

فى شكل (٣) : ق (∠ أ و هـ) = ٥٠° لأن أب // و هـ ،

فيكون ق (∠ أ و هـ) = ق (∠ أ) = ٥٠° بالتبادل

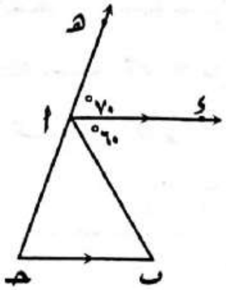
ق (∠ جـ و هـ) = ٦٠° لأن و هـ // جـ د ،

فيكون ق (∠ جـ و هـ) = ق (∠ جـ) = ٦٠° بالتبادل

ملاحظة

- كلمة بالتبادل نضعها بدل جملة " لأنهما زاويتان متبادلتان متساويتان ناتجتان من توازى المستقيمان الذى قطعهما القاطع "

مثال ١ فى الشكل المقابل :



أ ء // جـ ب ، أ ∈ جـ هـ ،

ق(∠ء أ ب) = ٦٠° ، ق(∠ء أ هـ) = ٧٠°

فعين كل مما يأتى :

ق(∠ب) ، ق(∠جـ) ، ق(∠ب أ جـ)

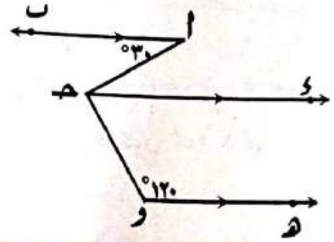
الحل

ق(∠ب) = ق(∠ء أ ب) = ٦٠° لأنهما زاويتان متبادلتان ، أ ء // ب جـ

ق(∠جـ) = ق(∠ء أ هـ) = ٧٠° لأنهما زاويتان متناظرتان ، أ ء // ب جـ

ق(∠ب أ جـ) = ١٨٠° - (٧٠° + ٦٠°) = ٥٠° لأن ∠ جـ أ هـ مستقيمة

مثال ٢ فى الشكل المقابل :



أ ب // جـ ء // و هـ ،

ق(∠أ) = ٣٠° ، ق(∠و) = ١٢٠°

عين ق(∠أ جـ و)

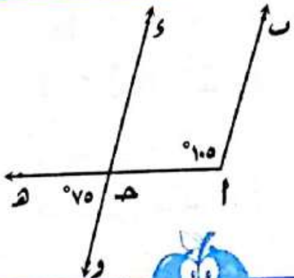
الحل

ق(∠أ جـ ء) = ق(∠أ) = ٣٠° لأنهما زاويتان متبادلتان ، أ ب // ء جـ

ق(∠ء جـ و) = ١٨٠° - ١٢٠° = ٦٠° لأن ء جـ // هـ و ، و جـ قاطع لهما

فيكون ق(∠أ جـ و) = ٣٠° + ٦٠° = ٩٠°

مثال ٣ فى الشكل المقابل :



ق(∠أ) = ١٠٥° ،

ق(∠و جـ هـ) = ٧٥° ،

أ هـ ∩ ء و = {جـ}

هل أ ب // جـ ء ؟ مع ذكر السبب

الحل

ق(∠أ جـ ء) = ق(∠و جـ هـ) = ٧٥° بالتقابل بالرأس

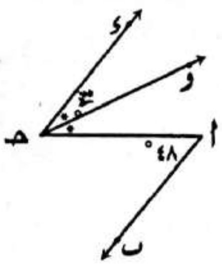
وحيث أن ق(∠أ) + ق(∠أ جـ ء) = ١٠٥° + ٧٥° = ١٨٠°

فيكون أ ب // جـ ء

ملاحظة

أهم شىء ترجمة المعطيات ومعرفة ما تعنيه كل فقرة وما أوجه الاستفادة منها فمثلاً أ هـ ∩ ء و = {جـ} معناها وجود زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان فى القياس

مثال ٤ فى الشكل المقابل :



جـ و ينصف ∠أ جـ ء ،

ق(∠ء جـ و) = ٢٤° ،

ق(∠أ) = ٤٨°

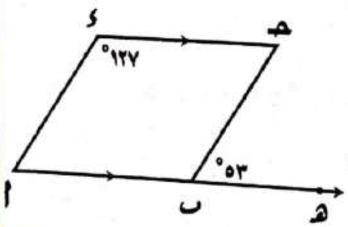
هل أ ب // جـ ء ؟ ولماذا ؟

الحل

ق(∠أ جـ و) = ق(∠و جـ ء) = ٢٤° لأن جـ و ينصف ∠أ جـ ء

فيكون أ ب // جـ ء لأن ق(∠أ) = ق(∠أ جـ ء) = ٤٨° وهما متبادلتان

مثال ٥ فى الشكل المقابل :



أ ب // ء جـ ،

ق(∠هـ ب جـ) = ٥٣° ، ق(∠ء) = ١٢٧°

هل ب جـ // أ ء ؟ مع ذكر السبب

الحل

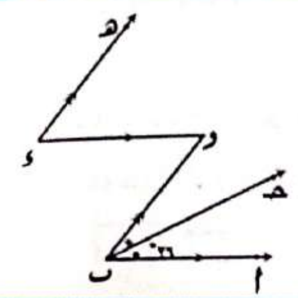
ق(∠١) = ١٨٠° - ١٢٧° = ٥٣°

لأن أب // دجـ ، ∠١ ، ∠د داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع أد

وحيث أن ق(∠١) = ق(∠جـ ب هـ) = ٥٣° وهما متناظرتان

فيكون ب هـ // أد

مثال ٦ في الشكل المقابل :



ق(∠ا ب جـ) = ٢٦° ،

ب جـ ينصف ∠ا ب و ،

ب أ // د و ، ب و // د هـ

عين ق(∠د)

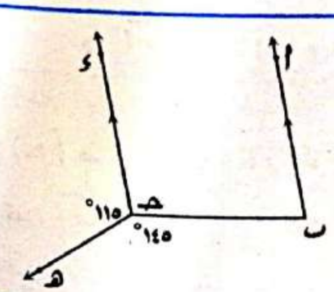
الحل

ق(∠و ب جـ) = ق(∠ا ب جـ) = ٢٦° لأن ب جـ ينصف ∠ا ب و

فيكون ق(∠و) = ق(∠ا ب و) = ٢٦° + ٢٦° = ٥٢° لأنهما متبادلتان ، ب أ // د و

ويكون ق(∠د) = ق(∠و) = ٥٢° لأنهما متبادلتان ، ب و // د هـ

مثال ٧ في الشكل المقابل :



ب أ // جـ د ،

ق(∠ب جـ هـ) = ١٤٥° ،

ق(∠د جـ هـ) = ١١٥°

عين ق(∠ب)

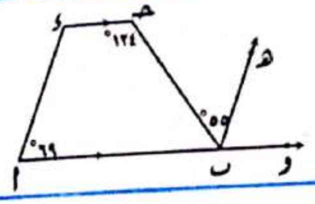
الحل

ق(∠د جـ ب) = ٣٦٠° - (١٤٥° + ١١٥°) = ١٠٠° (زوايا متجمعة حول نقطة)

فيكون ق(∠ب) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

لأن ب أ // جـ د ، ∠ب ، ∠ب جـ د زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ب جـ

مثال ٨ في الشكل المقابل :



أب // د جـ ، ق(∠د جـ) = ١٢٤°

ق(∠هـ ب جـ) = ٥٥° ، ق(∠١) = ٦٩°

هل أد // ب هـ ؟

الحل

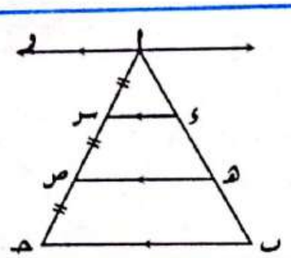
ق(∠و ب جـ) = ق(∠جـ) = ١٢٤° لأن أب // د جـ ، ب جـ قاطع

∴ ق(∠و ب هـ) = ١٢٤° - ٥٥° = ٦٩°

وحيث أن ق(∠و ب هـ) = ق(∠١) = ٦٩° وهما متناظرتان

فيكون أد // ب هـ

مثال ٩ في الشكل المقابل :



أو // د س // هـ ص // ب جـ

ا س = س ص = ص جـ ، ا ب = ١٢ سم

فأوجد طول ب هـ

الحل

أو // د س // هـ ص // ب جـ ، ا س = س ص = ص جـ

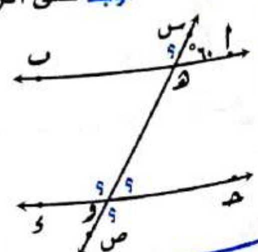
فيكون ا د = د هـ = هـ ب = ١/٣ ا ب = ٤ سم

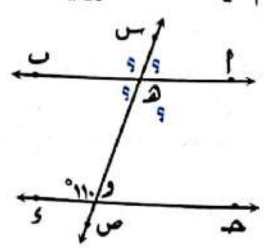
أمثلة للتدريب

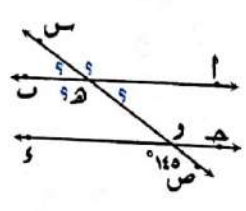
تدريب (١)

في كل من الأشكال الآتية أب // جـ د ، س ص قاطع لهما

أوجد على الرسم قياسات الزوايا التي عليها العلامة (؟)





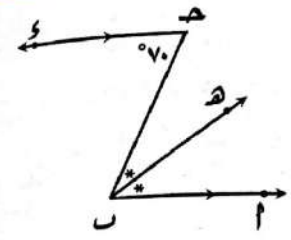


تدريب (٢)

فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{بأ} // \overleftrightarrow{جـ ء}$ ، ق (∠ جـ) = ٧٠° ،

$\overrightarrow{ب هـ}$ ينصــــــــــف ∠ ب



أكمل الآتى لإيجاد ق (∠ أ ب هـ)

الحل

ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ....) = ... °

ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ ....) = $\frac{....°}{٢}$ = ... ° لأن $\overrightarrow{ب هـ}$ ينصف ......

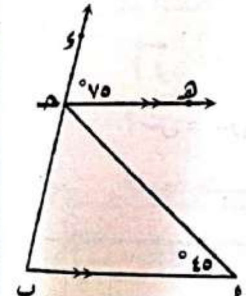
تدريب (٣)

فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{جـ هـ} // \overline{أب}$ ،

ق (∠ ء جـ هـ) = ٧٥° ، ق (∠ أ) = ٤٥°

أكمل التالى لإيجاد ق (∠ ب) ، ق (∠ هـ جـ أ)



الحل

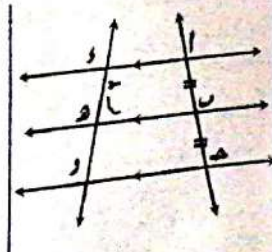
ق (∠ ب) + ق (∠ أ جـ ب) + ق (∠ أ جـ هـ) = ... °

ق (∠ ب) = ق (∠ ....) = ... ° بالتناظــــــر

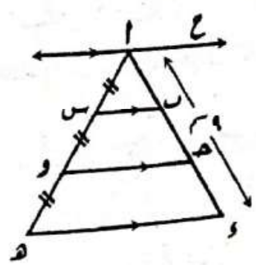
ق (∠ هـ جـ أ) = ق (∠ ....) = ...° بالـ ....

تدريب (٤)

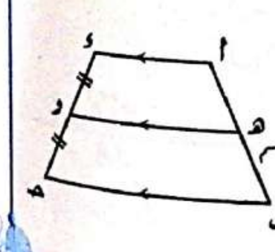
أكمل ما يأتى مستعيناً بالمعطيات التى على الرسم فى كل من الأشكال الآتية :



هـ و = ... سم



أ جـ = ... سم



أ ب = ... سم

تمارين (٤) على التـــوازى

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

١٠

$\frac{١}{٣}$ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمى (٣)

١ (أ) أكمل ما يأتى :

① الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيم تكونان ....

② قيـــاس الزاويـــة المنفرجـــة أكــــبر مــن .... و أقـــل مـن ....

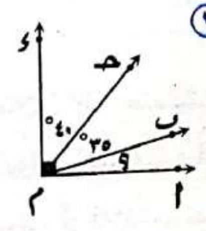
③ مجمــوع قياســات الزوايــا المتجاورة والمتجمعــة حــول نقطـــة = ...

④ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن الضلعين المتطرفين لهما ....

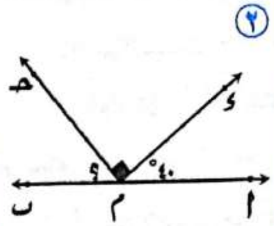
٤ درجات

(ب) أوجد قياس الزوايا المجهولة فى كل مما يأتى :

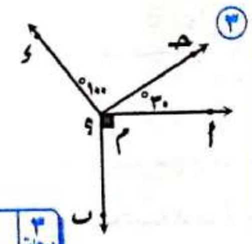
①



②



③

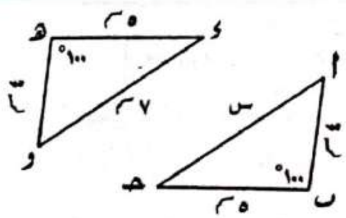


٣ درجات

(جـ) ① فى الشكل المقابل :

إذا كان المثلثان متطابقان

فــإن س = ...



② **ادرس** معطيــات المثلثين أ ب جـ ، س ص ع للتحقــق من تطابقهما

و **بين** حالة التطابق إذا كان أ ب = س ص ، أ جـ = س ع ، ∠ أ ≡ ∠ س

....

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتى :

① إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن : .... ، .... ، ....

② إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع ....

③ إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان ....

④ المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون .... على الآخر

(٣) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين ....

[متتامتان أ، متجاورتان أ، متساويتان فى القياس أ، متكاملتان]

② المستقيمان الموازيان لثالث ....

[متعامدان أ، متوازيان أ، متقاطعان أ، منطبقان]

③ من نقطة خارج مستقيم معلوم يمكن رسم .... يوازى المستقيم المعلوم

[مستقيم واحد فقط أ، مستقيمان أ، عدد لا نهائى من المستقيمات أ، ثلاثة مستقيمات]

④ المستقيمان المتعامدان على مستقيم ثالث ....

[منطبقان أ، متقاطعان أ، متوازيان أ، متساويان فى الطول]

⑤ إذا كان ∠ أ ، ∠ ب متبادلتان ، ق (∠ أ) = ٦٠° فإن ق (∠ ب) = ...

[٣٠° أ، ٦٠° أ، ١٢٠° أ، لا يمكن معرفته بدون توازى]

⑥ إذا كان أ ∉ للمستقيم ل فإن عدد المستقيمات التى تمر بالنقطة أ وتوازى المستقيم ل = ... [١ أ، ٢ أ، ٣ أ، عدد لا نهائى]

⑦ إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتان المتبادلتان متساويتان فى القياس كان المستقيمان ....

[متعامدان أ، متقاطعان أ، متوازيان أ، منطبقان]

⑧ إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع ....

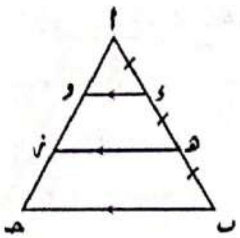
[متساويتان فى القياس أ، متكاملتان أ، متتامتان أ، متجاورتان]

⑨ إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت الزاويتان المتناظرتان غير متساويتان فى القياس كان المستقيمان ....

[متوازيان أ، متقاطعان أ، منطبقان أ، متعامدان]

⑩ إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت زاويتان داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان فإن .... [المستقيمان متوازيان أ، الزاويتان متجاورتان متكاملتان أ، ليس من الضرورى أيا مما سبق أ، غير ذلك]

(٤) فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب جـ Δ متساوى الأضلاع محيطه ١٨ سم ، د و // هـ ن // ب جـ

فأختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① أ ب = ... سم [١٨ أ، ٩ أ، ٦ أ، ٢]

② أ د = ... سم [٢ أ، ٤ أ، ٦ أ، ٩]

③ أ هـ = ... سم [٢ أ، ٤ أ، ٦ أ، ٨]

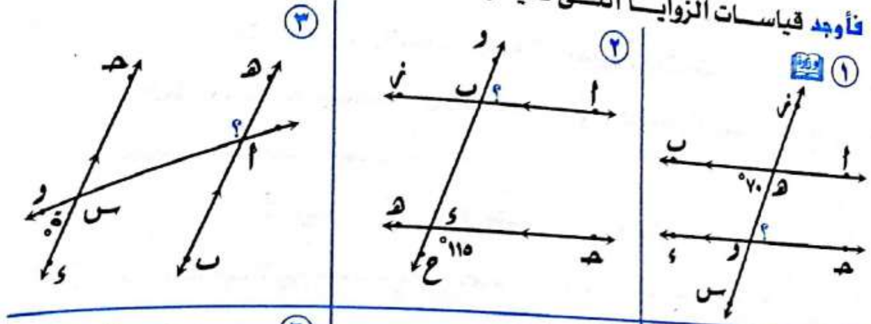
④ أ جـ = ... سم [٢ أ، ٤ أ، ٦ أ، ٨]

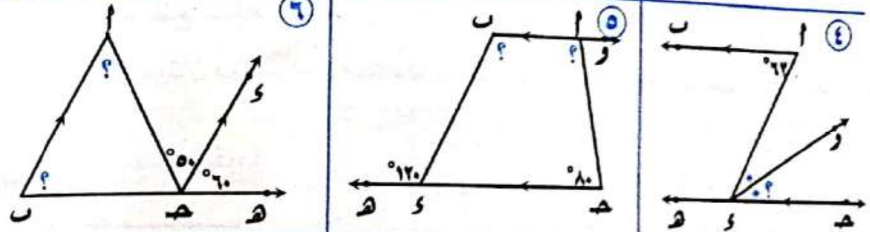
⑤ أ ن = ... سم [٢ أ، ٤ أ، ٦ أ، ٨]

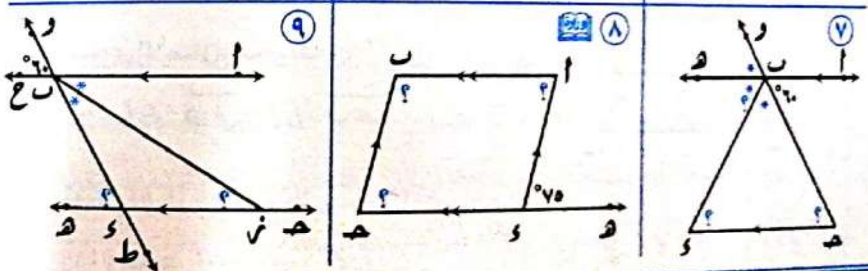
⑥ هـ ب = $\frac{١}{٢}$ .... [أ ب أ، أ د أ، أ هـ أ، ب جـ]

⑦ أ و = $\frac{١}{٣}$ .... [أ ن أ، ن جـ أ، أ جـ أ، و جـ]

٥ فى كل من الأشكال الآتية إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$ فأوجد قياسات الزوايا التى عليها العلامة " ؟ "

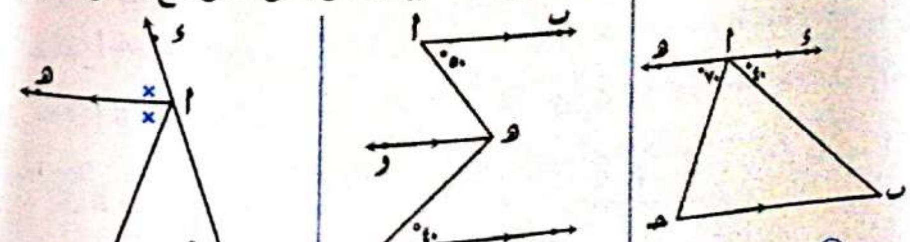




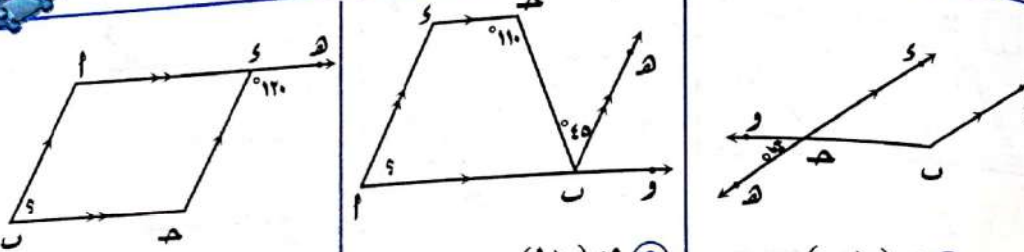


مسائل المستوى الثانى

٦ فى كل من الأشكال الآتية أوجد الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل مع ذكر السبب

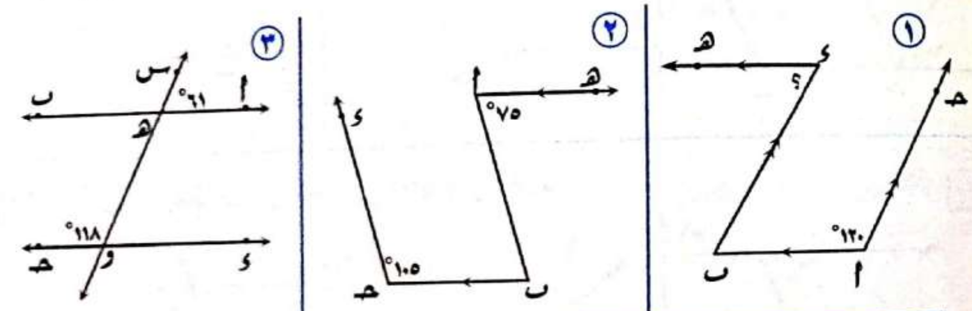


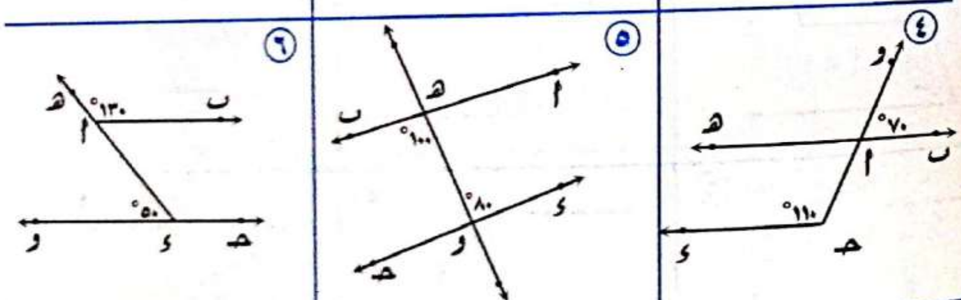
① ق(∠ب) = ...
② ق(∠أهـ جـ) = ...
③ ق (∠ب) = ...



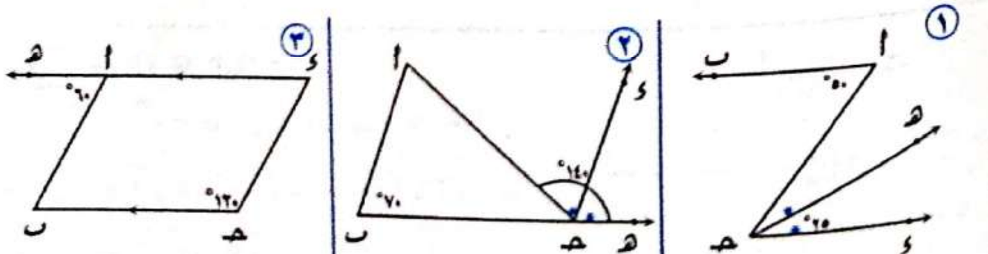
④ ق (∠ب) = ...
⑤ ق (∠أ) = ...
⑥ ق (∠ب) = ...

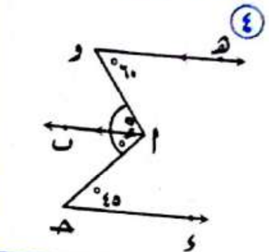
٧ فى كلاً من الأشكال الآتية وضح مع ذكر السبب ما إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$ أم لا

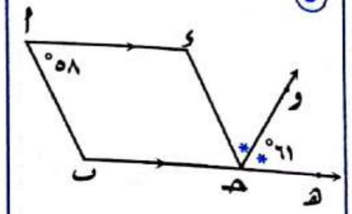


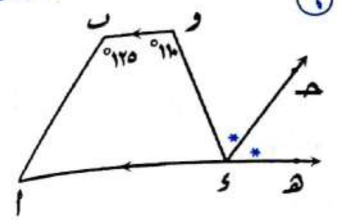


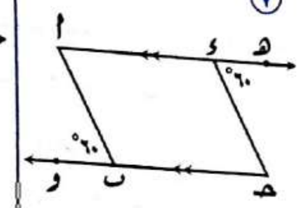
٨ فى كل من الأشكال الآتية لماذا يكون $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$

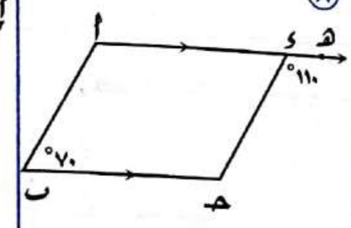


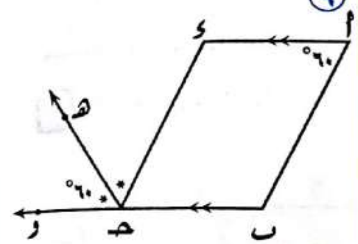
④


⑤


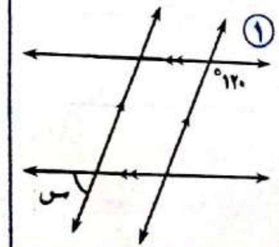
⑥


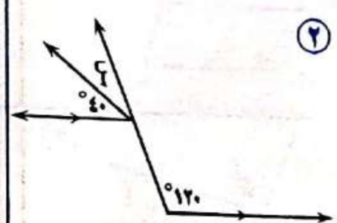
⑦


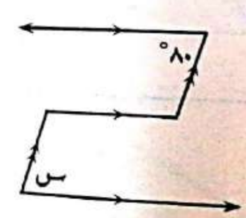
⑧


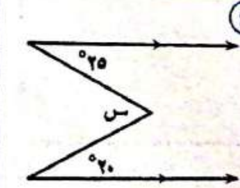
⑨


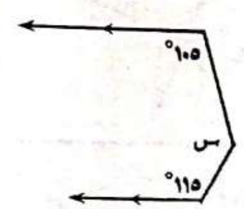
٩ أوجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية :

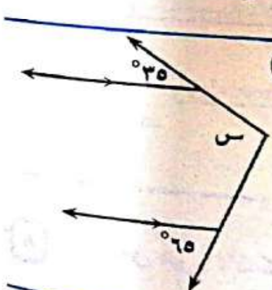
①


②


③


④


⑤


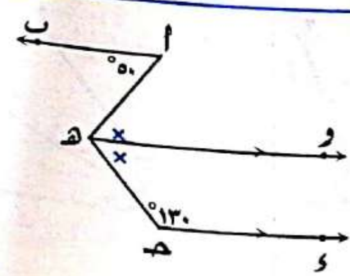
⑥


١٠ **في الشكل المقابل :**

هـو // جـء ، ق(∠جـ) = ١٣٠° ،

هـو ينصف ∠أهـجـ ، ق(∠أ) = ٥٠°

هل أب // جـء

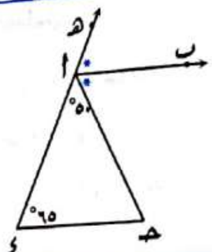


١١ **في الشكل المقابل :**

أ ∈ ءهـ ، ق(∠جـأء) = ٥٠° ،

أب ينصف ∠جـأهـ ، ق(∠ء) = ٦٥°

هل أب // ءجـ



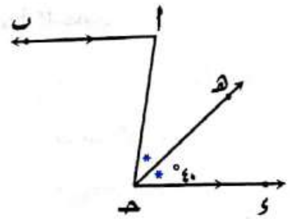
١٢ **في الشكل المقابل :**

أب // جـء ،

جـهـ ينصف ∠أجـء ،

ق(∠ءجـهـ) = ٤٠°

عين ق(∠بأجـ)



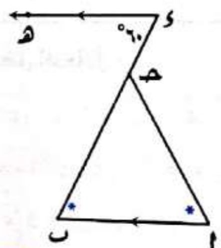
[٨٠°]

١٣ **في الشكل المقابل :**

ءهـ // أب ، ق(∠ء) = ٦٠° ،

ق(∠أ) = ق(∠ب)

عين ق(∠أ)



[٦٠°]

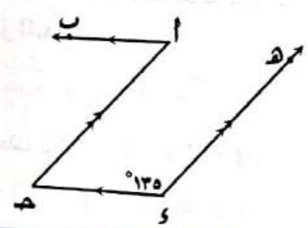
١٤ **في الشكل المقابل :**

أب // ءجـ ،

ءهـ // جـأ ،

ق(∠ء) = ١٣٥°

عين ق(∠جـ) ، ق(∠أ)



[٤٥°، ٤٥°]

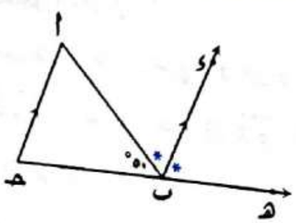
١٥ **في الشكل المقابل :**

ق(∠أبجـ) = ٥٠° ،

بء ينصف ∠أبهـ

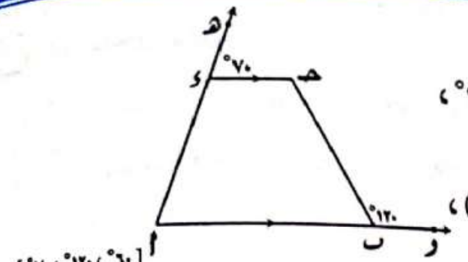
فإذا كان بء // أجـ

عين ق(∠أ) ، ق(∠جـ)



[٦٥°، ٦٥°]

١٦) في الشكل المقابل :



جـ د // أ ب ، ق(∠جـ ب و) = ١٢٠° ،

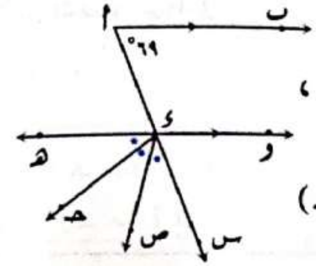
ق(∠جـ د هـ) = ٧٠°

عين ق(∠أ ب جـ)، ق(∠ب جـ د)،

ق(∠د أ ب)

[٦٠°، ١٢٠°، ٧٠°]

١٧) في الشكل المقابل :



أ ب // و هـ ، و هـ ∩ أ س = {د} ،

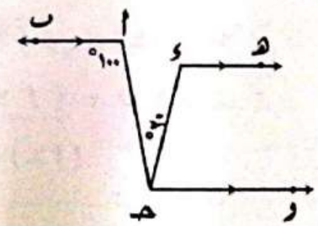
ق(∠ب أ د) = ٦٩° ،

ق(∠س د ص) = ق(∠ص د جـ) = ق(∠جـ د هـ)

عين ق(∠جـ د هـ)

[٣٧°]

١٨) في الشكل المقابل :



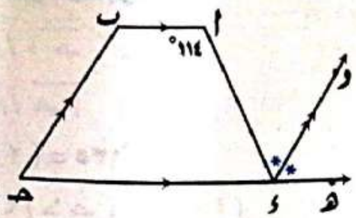
أ ب // جـ و ، د هـ // جـ و ،

ق(∠أ) = ١٠٠° ، ق(∠أ جـ د) = ٢٠°

احسب ق(∠د جـ و)، ق(∠جـ د هـ)

[٨٠°، ١٠٠°]

١٩) في الشكل المقابل :



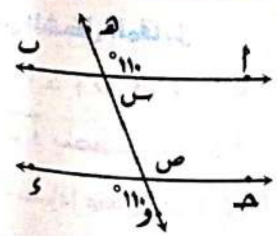
أ ب // جـ د ، د و // جـ ب ،

د و ينصف ∠أ د هـ، ق(∠أ) = ١١٤°

احسب ق(∠أ د و)، ق(∠جـ)

[٥٧°، ٥٧°]

٢٠) في الشكل المقابل :

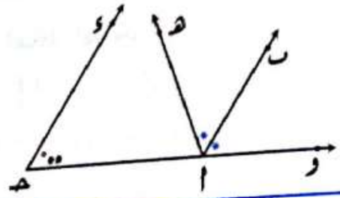


ق(∠أ س هـ) = ١١٠°، ق(∠و ص د) = ١١٠°

أ ب ∩ هـ و = {س}، جـ د ∩ هـ و = {ص}

هل أ ب // جـ د ؟ ولماذا ؟

٢١) في الشكل المقابل :

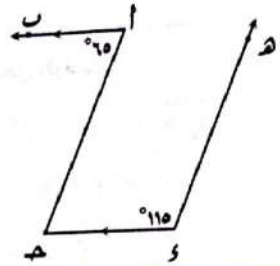


ق(∠جـ) = ٥٥°، ق(∠د أ هـ) = ١١٠°،

أ ∈ جـ و ، أ ب ينصف ∠د أ هـ

هل أ ب // جـ د ؟ ولماذا ؟

٢٢) في الشكل المقابل :



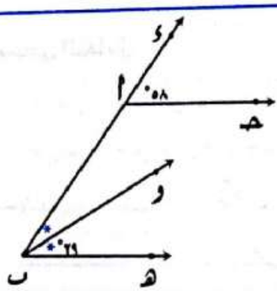
أ ب // جـ د ،

ق(∠أ) = ٦٥° ،

ق(∠د) = ١١٥°

هل د هـ // جـ أ ؟ ولماذا ؟

٢٣) في الشكل المقابل :



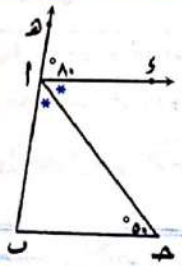
ب و ينصف ∠أ ب هـ ،

ق(∠د أ جـ) = ٥٨° ،

ق(∠هـ ب و) = ٢٩°

هل ب هـ // أ جـ ؟ ولماذا ؟

٢٤) في الشكل المقابل :



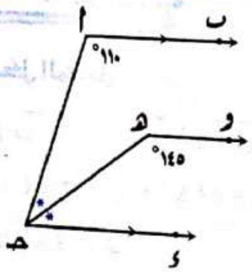
ق(∠هـ أ د) = ٨٠° ، أ جـ

ينصف ∠د أ ب ،

ق(∠أ جـ ب) = ٥٠°، أ ∈ ب هـ

هل أ د // ب جـ ؟ ولماذا ؟

٢٥) في الشكل المقابل :



أ ب // جـ د ، ق(∠أ) = ١١٠°،

جـ هـ ينصف ∠أ جـ د ،

ق(∠هـ) = ١٤٥°

هل هـ و // جـ د ؟ ولماذا ؟

(٢٦) في الشكل المقابل :

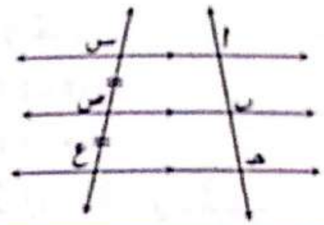
ل١ // ل٢ // ل٣ ،

اب = ب جـ ، و هـ = ٥ سم

عين طول و ى

[١٠ سم]

(٢٧) في الشكل المقابل :



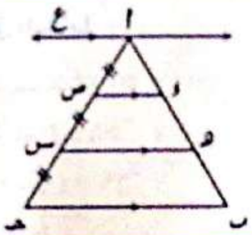
$\overleftrightarrow{أس}$ // $\overleftrightarrow{ب ص}$ // $\overleftrightarrow{جـ ع}$

س ص = ص ع ، اجـ = ٤ سم

عين طول $\overline{اب}$

[٢ سم]

(٢٨) في الشكل المقابل :



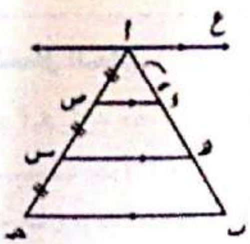
$\overleftrightarrow{أع}$ // $\overline{ص ى}$ // $\overline{س هـ}$ // $\overline{جـ ب}$

اص = ص س = س جـ ، اب = ١٥ سم

عين طول $\overline{ب هـ}$ ، ى هـ

[٥ سم، ٥ سم]

(٢٩) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أع}$ // $\overline{ص ى}$ // $\overline{س هـ}$ // $\overline{جـ ب}$ ،

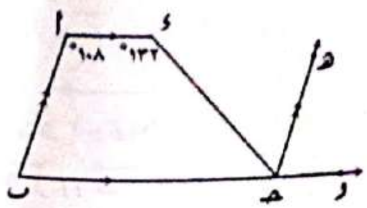
اص = ص س = س جـ ، ا ى = ٤ سم

احسب طول كل من $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{اب}$

[٤ سم، ١٢ سم]

مسائل المتفوقين

(٣٠) في الشكل المقابل :



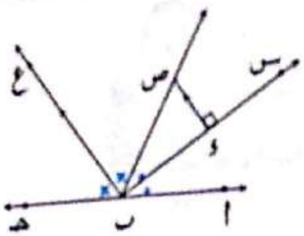
$\overline{اى}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ // $\overline{اب}$ ،

ق (∠ ى) = ١٣٢° ، ق (∠ ا) = ١٠٨°

أوجد ق (∠ ى جـ هـ)

[٦٠°]

(٣١) في الشكل المقابل :



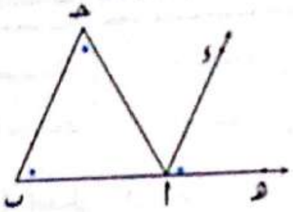
$\overrightarrow{ب س}$ ينصف ∠ ا ب ص ،

$\overrightarrow{ب ع}$ ينصف ∠ ص ب جـ ،

$\overleftrightarrow{ص ى}$ // $\overrightarrow{ب ع}$ ، $\overleftrightarrow{ص ى}$ ⊥ $\overrightarrow{ب س}$

هل $\overrightarrow{ب ا}$ ، $\overrightarrow{ب جـ}$ على استقامة واحدة

(٣٢) في الشكل المقابل :

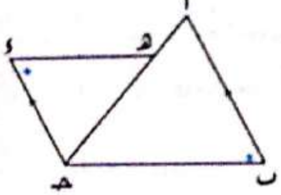


ق(∠ ب) = ق(∠ جـ) = ق(∠ هـ ا ى)

تحقق من أن :

$\overrightarrow{ا ى}$ ينصف ∠ هـ ا جـ

(٣٣) في الشكل المقابل :



$\overline{ب ا}$ // $\overline{جـ ى}$ ،

ق (∠ ب) = ق (∠ ى)

هل $\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ؟ ولماذا ؟

إنشاءات هندسية

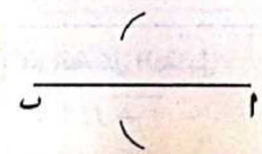
تنصيف قطعة مستقيمة

المعطيات: $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة معلومة

المطلوب: تنصيف $\overline{أب}$

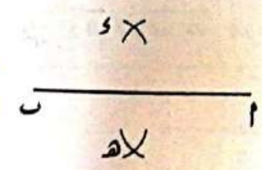
خطوات العمل

① نركز بسن الفرجار عند نقطة أ و نفتح الفرجار فتحه مناسبة أكبر من نصف طول $\overline{أب}$ ثم نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من $\overline{أب}$ كما في شكل (١)



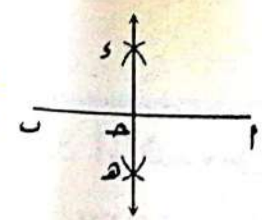
شكل (١)

② نركز بسن الفرجار عند نقطة ب و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين آخرين يتقاطعان مع القوسين السابقين في النقطتين ء ، هـ كما في شكل (٢)



شكل (٢)

③ نرسم $\overleftrightarrow{ءهـ}$ فيقطع $\overline{أب}$ في نقطة حـ فتكون حـ هى منتصف $\overline{أب}$ كما في شكل (٣)



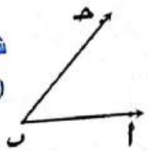
شكل (٣)

تذكر أن

محور تماثل القطعة المستقيمة : هو مستقيم عمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها

إنشاء منصف لزاوية معلومة

المعطيات: ∠ أ ب حـ زاوية معلومة

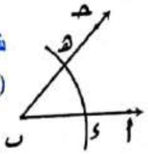


شكل (١)

المطلوب: رسم منصف لزاوية أ ب حـ باستخدام الفرجار والمسطرة

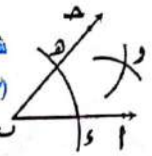
خطوات العمل

① نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية ب وبفتحه مناسبة نرسم قوساً يقطع $\overrightarrow{بأ}$ فى ء ، $\overrightarrow{بحـ}$ فى هـ كما فى الشكل (٢)



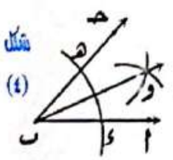
شكل (٢)

② نركز بسن الفرجار عند كل من ء ، هـ وبنفس الفتحة أو فتحة مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان فى و كما فى الشكل (٣)



شكل (٣)

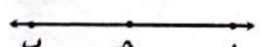
③ نرسم $\overrightarrow{بو}$ فيكون هو منصف ∠ أ ب حـ كما فى الشكل (٤)



شكل (٤)

إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة

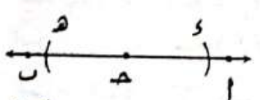
المعطيات: $\overleftrightarrow{أب}$ مستقيم معلوم ، حـ ∈ $\overline{أب}$



المطلوب: رسم عمود على $\overleftrightarrow{أب}$ من نقطة حـ

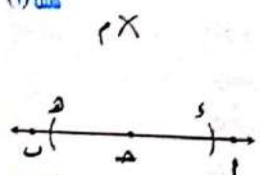
خطوات العمل

① نركز بسن الفرجار عند نقطة حـ وبفتحة مناسبة نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من حـ يقطعان $\overleftrightarrow{أب}$ في ء ، هـ كما في شكل (١)



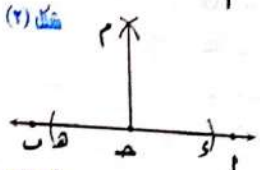
شكل (١)

② نركز بسن الفرجار عند كل من ء ، هـ وبفتحة مناسبة أكبر من طول $\overline{حـء}$ نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة م كما في شكل (٢)



شكل (٢)

③ نرسم $\overleftrightarrow{محـ}$ فيكون $\overleftrightarrow{محـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$ كما في شكل (٣)



شكل (٣)

إنشاء عمود من نقطة لا تنتمى إلى مستقيم معلوم

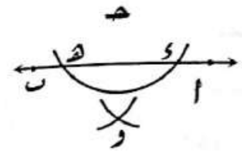
المعطيات: أب مستقيم معلوم ، جـ ∉ أب

المطلوب: رسم مستقيم يمر بنقطة جـ عمودياً على أب

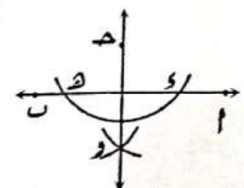
خطوات العمل:

(١) نركز بسن الفرجار عند جـ وبفتحه مناسبة نرسم قوساً يقطع أب فى نقطتين د ، هـ

(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من د ، هـ وبفتحة مناسبة (تساوى طول د هـ أو أكبر من نصف طولها) نرسم قوسين يتقاطعان فى و



(٣) نرسم جـ و فيكون هو المستقيم المار بنقطة جـ عمودياً على أب



ملاحظة: ▪ إذا رسم △ أ ب جـ وطلب رسم ارتفاع المثلث الذى رأسه نقطة أ فإننا نرسم عمود على القاعدة ب جـ من نقطة أ بنفس الطريقة

إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة

المعطيات: أ ب جـ زاوية معلومة

المطلوب: رسم ∠ د هـ و تطابق ∠ أ ب جـ

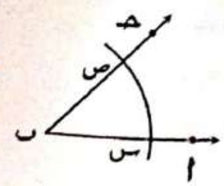
خطوات العمل:

(١) نرسم شعاعاً بدايته هـ ليمثل أحد ضلعى الزاوية المراد رسمها كما فى شكل (١)

شكل (١)

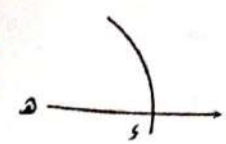
(٢) نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية المعلومة ب وبفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع ب أ ، ب جـ عند س ، ص على الترتيب كما فى شكل (٢)

شكل (٢)



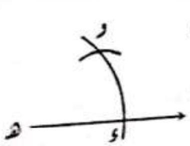
(٣) نركز بسن الفرجار في هـ و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوساً يقطع الشعاع الذى بدايته هـ فى د كما فى شكل (٣)

شكل (٣)



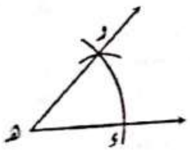
(٤) نركز بسن الفرجار عند د و بفتحة تساوى طول س ص نرسم قوساً آخر يقطع القوس السابق فى و كما فى شكل (٤)

شكل (٤)



(٥) نرسم هـ و فتكون ∠ د هـ و هى الزاوية المطلوبة كما فى شكل (٥)

شكل (٥)



رسم مستقيم من نقطة معلومة موازى لمستقيم معلوم

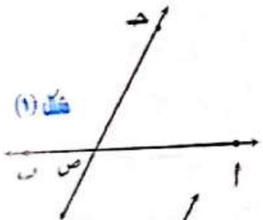
المعطيات: أب مستقيم معلوم ، جـ ∉ أب

المطلوب: رسم مستقيم من نقطة جـ يوازي أب

خطوات العمل:

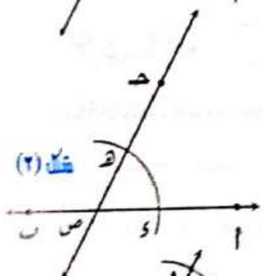
(١) نرسم المستقيم جـ ص يمر بالنقطة جـ ويقطع أب في ص كما في الشكل (١)

شكل (١)



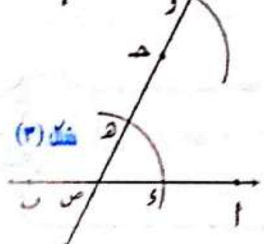
(٢) نركز بسن الفرجار عند ص و نرسم قوساً يقطع ص أ في د ، ويقطع ص جـ فى هـ كما في الشكل (٢)

شكل (٢)



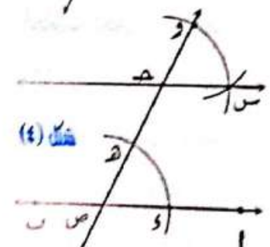
(٣) نركز بسن الفرجار عند نقطة جـ و بنفس فتحة الفرجار السابقة نرسم قوس مثل السابق بحيث يقطع ص جـ في و كما في الشكل (٣)

شكل (٣)



(٤) نركز بسن الفرجار عند و و بفتحة تساوي طول د هـ نرسم قوساً يقطع القوس السابق في س ثم نرسم س جـ فيكون س جـ // أب كما في الشكل (٤)

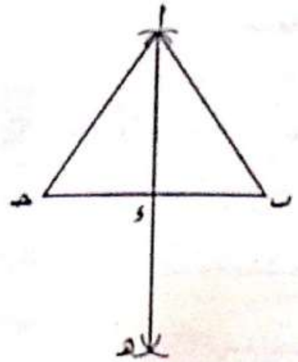
شكل (٤)



أمثلة توضيحية

مثال ١ : ارسم Δ أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم باستخدام المسطرة غير المدرجة والفرجار لنصف ب جـ في ء ثم أوجد بالقياس طول أ ء

الحل



١) نرسم ب جـ طولها ٦ سم

٢) نفتح الفرجار فتحة طولها ٥ سم ونركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوساً ثم نركز بسن الفرجار عند جـ ونرسم قوساً يقطع القوس السابق في أ

٣) نرسم أ ب ، أ جـ فنحصل على Δ أ ب جـ

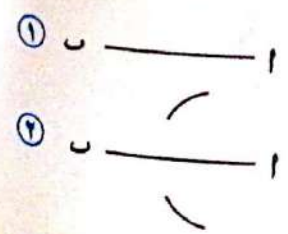
٤) بنفس فتحة الفرجار نركز عند ب ، جـ و نرسم قوسين متقاطعين بنفس الطريقة السابقة في الجهة الأخرى من ب جـ و لتكن نقطة التقاطع هي هـ

٥) نصل هـ أ فتقطع ب جـ في نقطة ولتكن ء فتكون ء هي منتصف ب جـ

٦) نقيس طول أ ء نجد أن أ ء = ٤ سم ، ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

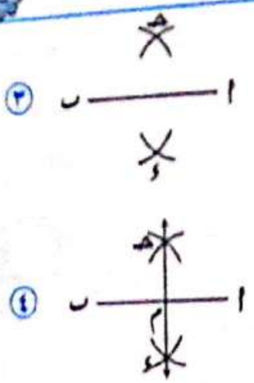
مثال ٢ : ارسم أ ب التي طولها ٣ سم ثم ارسم محور تماثل لها باستخدام الأدوات الهندسية (لا تمح الأقواس)

خطوات العمل : (ملاحظة : غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل)



١) نرسم القطعة المستقيمة أ ب طولها ٣ سم بالمسطرة

٢) نفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف طول أ ب ونركز بسن الفرجار عند النقطة أ ونرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من أ ب

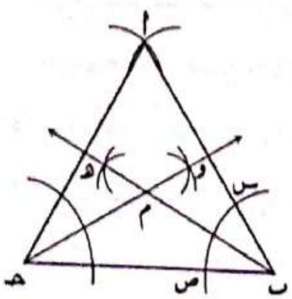


٣) بنفس فتحة الفرجار نركز بسن الفرجار عند النقطة ب ونرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من أ ب يقطعان القوسين السابقين في النقطتين جـ ، ء

٤) نرسم جـ ء فيقطع أ ب في م فتكون م هي منتصف أ ب ويكون جـ ء هو محور تماثل أ ب

مثال ٣ : باستخدام المسطرة و الفرجار ارسم Δ أ ب جـ المتساوي الأضلاع الذى طول ضلعه ٦ سم ، نصف كل من زاويتى أ ب جـ ، أ جـ ب بحيث يتقاطع المنصفان فى م هل م ب = م جـ ؟ ثم أوجد بالقياس ق (∠ ب م جـ) (لا تمح الأقواس)

خطوات العمل : (غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل)



١) نرسم القطعة المستقيمة ب جـ طولها ٦ سم

٢) نفتح الفرجار فتحة = ٦ سم ونركز بسن الفرجار عند نقطة ب ونرسم قوساً ثم نركز عند جـ و بنفس الفتحة نرسم قوساً أخر يقطع الأول في نقطة هي نقطة أ ثم نصل أ ب ، أ جـ بذلك نكون رسمنا Δ أ ب جـ المتساوى الأضلاع

٣) نركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوساً يقطع أ ب ، ب جـ في س ، ص على الترتيب ثم نركز بسن الفرجار عند س ونرسم قوساً ثم نركز بسن الفرجار عند ص بنفس الفتحة السابقة ونرسم قوساً يقطع القوس السابق في نقطة ولتكن هـ ، نرسم ب هـ فيكون هو منصف ∠ أ ب جـ

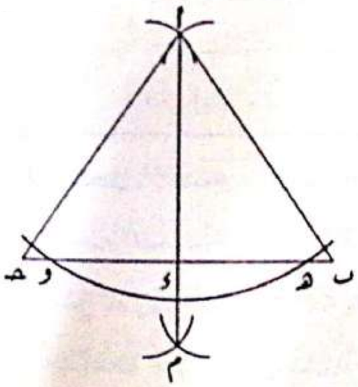
④ نكرر الخطوة رقم (③) عند النقطة جـ و نرسم منصف لزاوية أ جـ ب و ليكن جـ و

فيقطع ب هـ في نقطة هي نقطة م

بالقياس نجد أن: م ب = م جـ ، ق (∠ ب م جـ) = ١٢٠°

مثال ٤ باستخدام المسطرة و الفرجار ارسم المثلث أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ارسم أ د ⊥ ب جـ تقطعه في د أوجد بالقياس طول أ د (لا تمح الأقواس)

خطوات العمل : (ملاحظة : غير مطلوب كتابة الخطوات عند الحل)



① نرسم القطعة المستقيمة ب جـ طولها ٦ سم بالمسطرة

② نفتح الفرجار فتحه = ٥ سم و نركز بسن الفرجار عند نقطة ب ، ونرسم قوساً

③ بنفس فتحه الفرجار نركز عند نقطة جـ ، ونرسم قوساً يقطع القوس الأول في نقطة أ

④ نصل أ ب ، أ جـ فنكون قد رسمنا Δ أ ب جـ

⑤ نركز عند نقطة أ بسن الفرجار ونرسم قوساً يقطع ب جـ في نقطتين ولتكن هـ ، و (يمكن أن نرسم القوس يقطع ب جـ في ب ، جـ لأن أ ب = أ جـ)

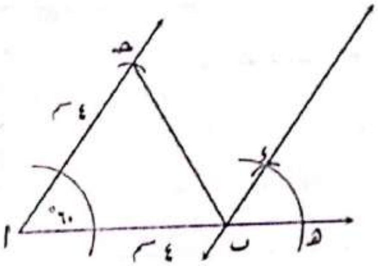
⑥ نركز عند نقطة " هـ " بسن الفرجار و نرسم قوساً بنفس فتحة الفرجار (أو فتحة مناسبة) ثم نركز عند نقطة " و " بسن الفرجار وبنفس فتحة الفرجار نرسم قوساً يقطع القوس السابق في نقطة ولتكن م

⑦ نصل أ م فيقطع ب جـ في نقطة هي د

⑧ نوجد طول أ د بالمسطرة نجد أن أ د = ٤ سم

مثال ٥ ارسم Δ أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٤ سم ، ق (∠ أ) = ٦٠° ، باستخدام المسطرة والفرجار ارسم د ب // جـ أ ثم أوجد بالقياس ق (∠ د ب جـ) "لا تمح الأقواس"

الحل

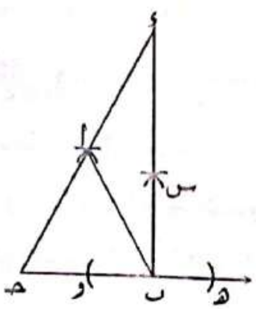


نرسم أ ب طولها = ٤ سم ثم نركز بمركز المنقلة عند أ ونرسم ∠ ب أ جـ قياسها = ٦٠° نركز بسن الفرجار عند أ وبفتحة تساوي أ ب نرسم قوساً يقطع ضلع الزاوية الآخر في جـ ثم نصل ب جـ فنحصل على Δ أ ب جـ

و لرسم د ب // جـ أ فإننا نرسم من نقطة ب الشعاع أ ب ونرسم من ب مستقيم موازي أ جـ بنفس الطريقة التي درست قبل الأمثلة نقيس ∠ د ب جـ بالمنقلة فنجد أن ق (∠ د ب جـ) = ٦٠°

مثال ٦ ارسم Δ أ ب جـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٣ سم وباستخدام المسطرة والفرجار ارسم ب د ⊥ ب جـ بحيث يقطع جـ أ في د أوجد طول د جـ بالقياس "لا تمح الأقواس"

الحل



نرسم Δ أ ب جـ

نمد ب جـ من جهة ب فتصبح جـ ب

نركز بسن الفرجار عند نقطة ب ونرسم قوسين في جهتين مختلفتين من ب بحيث يقطعان جـ ب في هـ ، و

ثم نركز بسن الفرجار عند نقطة هـ ونرسم قوساً ومن نقطة و وبنفس فتحة الفرجار نرسم قوساً يقطع القوس السابق في س ثم نرسم ب س يقطع جـ أ في د نقيس بالمسطرة طول جـ د فنجد أن جـ د = ٦ سم

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

فى الشكل المرسوم:

قطعـــة مستقيمـــة هـــى أب

باستخـــدام المسطـــرة و الفرجـــار

حدد منتصف أب (لا تمح الأقواس)

تدريب (٢)

أكمل رسم المثلث أ ب حـ الذى فيـــه

أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٤ سم ، حـ أ = ٣ سم

ثم ارسم أ ء ينصـــــف ∠ أ

ويقطع ب حـ فى ء (لا تمح الأقواس)

تدريب (٣)

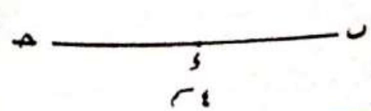
فى الشكل المقابل:

أكمل رسم المثلـث أ ب حـ المتساوى

الساقين حيـث أ ب = أ حـ = ٣ سم

و من نقطة ء أرسم العمـــود ء هـ

هل ء هـ يمـــر بنقطـــة أ أم لا ؟



تمارين (٥) على إنشـــاءات هندسيـــة

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك

١٠

١/٣ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمى (٤)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① الزاوية التى قياسها ٦٠ َ ٨٩° تكون .... [مستقيمة أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

② إذا كانت الزاويتان المتتامتان متجاورتين واحداهما حادة فإن الأخرى .... [مستقيمة أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

③ الزاوية المستقيمة تكملها زاوية .... [صفريـة أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

④ إذا تقاطع مستقيمان فـإن كل زاويتـين متقابلتـين بالرأس تكـونان .... [متساويتان فى القياس أ، متكاملتان أ، حادتان أ، غير ذلك]

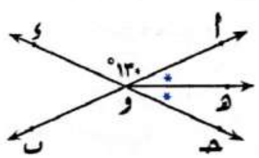
٤ درجات

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ∩ حـ ء = { و } ، و هـ ينصف ∠ أ و حـ

ق (∠ أ و ء) = ١٣٠° أوجد كل من :

ق (∠ أ و هـ) ، ق (∠ حـ و ب) ، ق (∠ ء و ب)



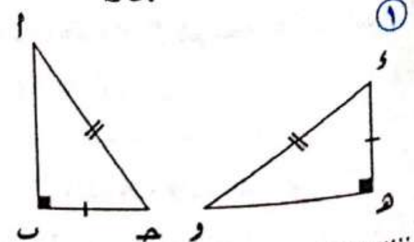
....

....

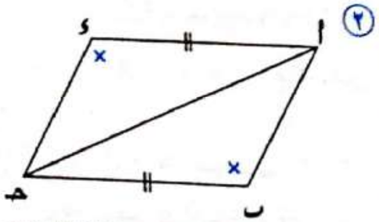
٣ درجات

(حـ) إذا كانت المعطيات كافية لإثبـات تطابق المثلثين فأكتب تطابـق المثلثين و بين حالة التطابق وإذا كانت غير كافية اكتب غير متطابقين و اذكر السبب

①



②



....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

ملاحظة: في كل من الأسئلة الآتية لا تمحو الأقواس

(٢) أرسم القطعة المستقيمة اب التي طولها ٧ سم ثم نصفها

(٣) أرسم اب ومن نقطة جـ ∈ اب أرسم جـ ء ⊥ اب

(٤) أرسم اب ومن نقطة ء ∉ اب أرسم ء هـ ⊥ اب

(٥) أرسم ∠ ا ب جـ التي قياسها ٦٠° ثم نصفها بالمنصف ب ء

(٦) أرسم △ ا ب جـ الحاد الزوايا ونصف ∠ ب

(٧) أرسم △ ا ب جـ منفرج الزاوية و أرسم محور تماثل ب جـ

مسائل المستوى الثاني

(٨) أرسم △ ا ب جـ الحاد الزوايا و أرسم ارتفاع المثلث المار بنقطة ا

(٩) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم ، ا جـ = ٤ سم ثم نصف ∠ ا بالشعاع ا ء يقطع ب جـ في ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ب ا جـ) [٩٠°]

(١٠) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ا جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم ثم نصف ∠ ا بالشعاع ا ء يقطع ب جـ في ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ا ء جـ) [٩٠°]

(١١) أرسم ب جـ طولها = ٤ سم باستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف ب جـ في ء ومن ء أقم العمود ء ا على ب جـ ثم أرسم اب ، ا جـ قارن مستخدماً الفرجار بين طول اب ، طول ا جـ ماذا تلاحظ ؟

(١٢) أرسم المثلث ا ب جـ المتساوي الساقين والذي فيه ا ب = ا جـ ، باستخدام الفرجار نصف ب جـ في ء ، أرسم ا ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ا ء جـ)

(١٣) أرسم المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص والذي فيه س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، مستخدماً المسطرة و الفرجار فقط نصف س ع في م ، أرسم ص م هل م س = م ص = م ع ؟ أوجد طول كل منها

(١٤) أرسم △ ا ب جـ فيه ق (∠ ب) = ٩٠° ، ا ب = ب جـ = ٨ سم ثم نصف ا جـ في ء هل △ ا ب ء قائم الزاوية ومتساوي الساقين

(١٥) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ا جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم ثم أسقط عمود من ا علي ب جـ يقطعها في ء ثم أوجد بالقياس طول كل من ب ء ، ء جـ [٢ سم ، ٢ سم]

(١٦) أرسم المثلث ا ب جـ الذى فيه ا ب = ا جـ = ٦ سم ، ق (∠ ا) = ٧٠° باستخدام المسطرة والفرجار نصف ∠ ب ، ∠ جـ فيتقاطع المنصفان فى م

(١٧) أرسم أى مثلث ا ب جـ وباستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف اب في ء ثم أرسم ء هـ // ب جـ ويقطع ا جـ فى هـ ، هل طول ا هـ = طول هـ جـ ؟

(١٨) أرسم △ ا ب جـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٤ سم ، من ا أرسم ا هـ // ب جـ ويقطع العمود المقام من جـ فى هـ أوجد طول ا هـ [٢ سم]

(١٩) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، ق (∠ ا ب جـ) = ١٢٠° أرسم محاور تماثل أضلاعه و أذكر ماذا تلاحظ ؟ أين تقع نقطة التقاطع ؟

(٢٠) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، ا جـ = ٥ سم ، نصف كل من اب ، ب جـ وحدد أين تتقاطع محاور الأضلاع من نقط التنصيف ؟ وقس المسافة من نقطة تقاطع الأعمدة إلى كل من نقطتي ا ، جـ

(٢١) أرسم المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم ثم أرسم ∠ د ب جـ تطابق ∠ أ جـ ب بحيث د ∈ $\overline{أجـ}$ ، أوجد بالقياس طول $\overline{أد}$ ، ق (∠ د ب جـ)

(٢٢) أرسم المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، جـ أ = ٧ سم ، د ∈ $\overleftrightarrow{جـب}$ ثم أرسم ∠ د ب هـ تطابق ∠ أ

مسائل المتفوقين

(٢٣) بدون استخدام المنقلة أرسم زاوية قياسها ٢٢,٥°

(٢٤) بدون استخدام المنقلة أرسم زاوية قياسها ٣٧,٥°

(٢٥) من السؤال رقم ١٨ أكمل : ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ ....)

اختبارات مراجعة على ما سبق

نموذج (١) اختبار مراجعة على ما سبق ٣٠

(١) أكمل ما يأتى : (١٠ درجات)

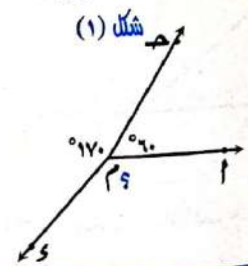
① الزاوية التى قياسها ٣٠° تتمم زاوية قياسها ....

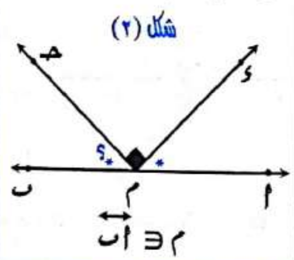
② إذا مدت القطعة المستقيمة من جهتيها بلا حدود ينتج ....

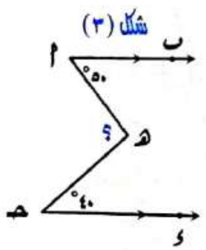
③ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة = ...

④ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن الضلعين المتطرفين لهما ....

(٢) فى كل من الأشكال الآتية أكتب على الرسم قياسات الزوايا التى عليها العلامة (؟) (١٠ درجات)







(٣) (أ) أ ب جـ مثلث ، د ∈ $\overline{أب}$ ، $\overrightarrow{دهـ}$ ينصف ∠ ب د جـ ، (١٠ درجات)

ق (∠ أ د جـ) = ١٠٠° ، ق (∠ د أ جـ) = ٤٠°

هل $\overline{دهـ}$ // $\overline{أجـ}$ ؟ ولماذا ؟

(ب) ارسم △ أ ب جـ الذى فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم ثم نصف كلاً من الزاويتين ∠ ب ، ∠ جـ بمنصفين يتقاطعان فى م (لا تمح الأقواس)

نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١٠ درجات

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

(١) إذا مدت القطعة المستقيمة من إحدى جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى أو قطعة مستقيمة أو شعاع أو خط مستقيم]

(٢) إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها ٥ سم فإن ....

[$\overleftrightarrow{أب}$ = ٥ سم أو أب = ٥ سم أو $\overline{أب}$ = ٥ سم أو $\overrightarrow{أب}$ = ٥ سم]

(٣) إذا كانت ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

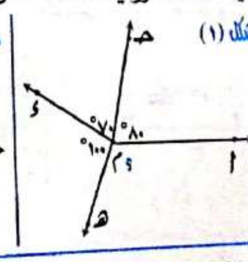
[٨٠° أو ١٨٠° أو ٢٦٠° أو ١٠°]

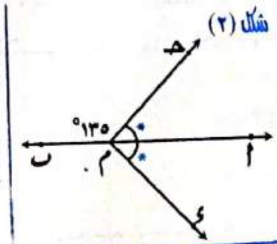
(٤) إذا كانت ∠ أ تكمل ∠ ب ، ∠ هـ تكمل ∠ ب فإن ∠ أ ، ∠ هـ ....

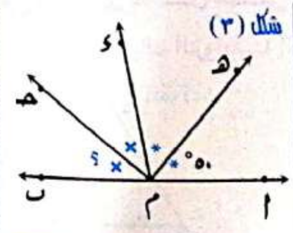
[متكاملتان أو متتامتان أو متساويتان فى القياس أو غير ذلك]

١٠ درجات

(٢) إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ فى كل من الأشكال الآتية **فأكتب** على الرسم قياسات الزوايا التى عليها العلامة (؟)

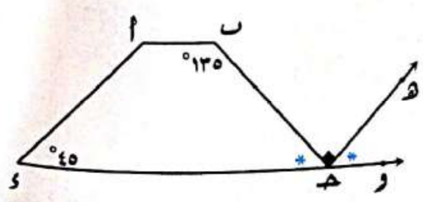






(٣) (أ) **ارسم** △ أ ب هـ الذى فيه أ ب = أ هـ = ٦ سم ، ق (∠ أ) = ٧٠° باستخدام الفرجار والمسطرة **نصف** ∠ ب ، ∠ هـ بمنصفين فيتقاطعان فى م (لا تمح الأقواس)

(ب) **فى الشكل المقابل :**



$\overline{هـ ب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{هـ و}$ ،

ق (∠ ء هـ ء) = ق (∠ ب هـ ء) ،

ق (∠ ب) = ١٣٥° ، ق (∠ ء) = ٤٥°

هل $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{ء هـ}$

١٠ درجات